EVALUATION DS 5 (1) de MATHEMATIQUES (2 heures) TERM SPE2026

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: _____

Exercice1(10pts)

Une entreprise appelle des personnes par téléphone pour leur vendre un produit

- On appelle chaque personne une première fois:
  - la probabilité que la personne ne décroche pas est gale à 0,7;
  - si la personne décroche, la probabilité qu'elle achète le produit est égale à 0,6.
- Si la personne n'a pas décroché au premier appel, on procède à un second appel:
  - la probabilité que la personne ne décroche pas est égale à 0.6 ;
  - si la personne décroche, la probabilité qu'elle achète le produit est égale à 0,4.
- Si une personne ne décroche pas au second appel, on cesse de la contacter.

On choisit une personne au hasard et on considère les évènements suivants :

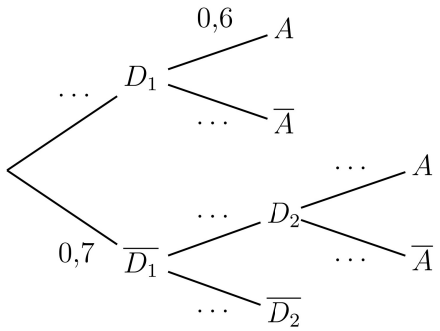
D_1 : "la personne décroche au premier appel";

D_2 : "la personne décroche au deuxième appel" ;

A : "la personne achète le produit ".

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante

(a) Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous. (2 pts)



(b) En utilisant l'arbre pondéré, montrer que la probabilité de l'évènement A est 0,292 (1 pts)

(c) On sait que la personne a acheté le produit. (1 pts)
Quelle est la probabilité qu'elle ait décroché au premier appel ?
(On arrondira à 10^{-4} près.

(d) On rappelle que, pour une personne donnée, la probabilité qu'elle achète le produit est égale à 0,292.
On considère un échantillon aléatoire de 13 personnes.
On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes de l'échantillon qui achètent le produit.
Dans chaque échantillon considéré, on suppose que les décisions dachat des personnes sont indépendantes.

i. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale. Donner ses paramètres. (1 pts)

ii. Déterminer la probabilité qu'exactement 2 personnes de l'échantillon achètent le produit. Arrondir le résultat à 10^{-7} près. (2 pts)

iii. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X. (1 pts)
Interprèter le résultat.

iv. Soit n un entier naturel non nul. (2 pts)
On considère désormais un échantillon de n personnes.
Déterminer avec la calculatrice la plus petite valeur de n telle que la probabilité qu'au moins l'une des personnes de l'échantillon achète le produit soit supérieure ou égale à $0,99$.

Exercice2(10pts)

Cet exercice a pour objectif la construction d'un tableau de variation complet d'une fonction donnée sous forme d'expression littérale.

On considère la fonction $f : x \mapsto -8 - \dfrac{7}{x^2-9}$.

(a) Donner le domaine de définition de la fonction f. (1 pts)

(b) Dresser le tableau de signe de la fonction $g : x \mapsto x^2 - 9$ puis en déduire $\lim\limits_{\substack{x\to -3\\ x>-3}} f(x)$, $\lim\limits_{\substack{x\to -3\\ x<-3}} f(x)$, $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ x>3}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ x<3}} f(x)$ (5 pts)

(c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ (1 pts)

(d) Calculer f' et en déduire le tableau de variation complet de la fonction f. (2 pts)

(e) Préciser les deux asymptotes verticales et l'asymptote horizontale en donnant leur équations. (1 pts)

Exercice3(10pts)

Un atelier d'astronomie

Un club propose deux ateliers d'astrophotographie, l'un pour les débutants et l'autre pour les participants déjà initiés. Les participants peuvent aussi suivre une séance de traitement de leurs images après l'atelier.

On choisit au hasard un participant parmi les inscrits. On note D l'évènement « le participant est inscrit à l'atelier débutant » et S l'évènement « il suit la séance de traitement des images ». Les débutants représentent 42 % des inscrits. Parmi eux, 27 % suivent la séance de traitement des images. Parmi les initiés, cette proportion est de 83 %.

(a) Représenter la situation par un arbre pondéré. En déduire $P(D \cap S)$ et $P(\overline{D} \cap S)$. (2 pts)

(b) Calculer la probabilité que le participant suive la séance de traitement. (2 pts)

(c) Un participant suit la séance de traitement. Calculer la probabilité qu'il soit inscrit à l'atelier débutant. Arrondir au millième. (2 pts)

(d) L'atelier débutant dure 55 minutes, celui des initiés dure 75 minutes et la séance de traitement ajoute 20 minutes. On note T la durée totale, en minutes, suivie par le participant choisi. Donner la loi de probabilité de T. (2 pts)

(e) Calculer $E(T)$ et $\sigma(T)$ (écart type), au dixième. Interpréter $E(T)$. (2 pts)

Exercice4(10pts)

Limites de fonctions, non préparé — savoir-faire à réviser

Lecture graphique

- Conjecturer les limites d'une fonction en $-\infty$ et en $+\infty$ en suivant les branches de sa courbe.
- Conjecturer séparément la limite à gauche et la limite à droite d'une abscisse donnée.
- Reconnaître une asymptote verticale ou horizontale et donner son équation à partir d'un graphique ou d'une limite.

Calculs et théorèmes

- Calculer à l'infini la limite d'un polynôme ou d'un quotient de polynômes. Repérer une éventuelle forme indéterminée, mettre en facteur la plus grande puissance de x dans chaque polynôme et appliquer les théorèmes d'opérations sur les limites.
- Déduire une limite infinie en comparant la fonction à une autre fonction dont on connaît la limite.
- Utiliser le théorème des gendarmes lorsque les deux bornes d'un encadrement ont la même limite. Retrouver au besoin la limite de la fonction à partir de celle d'un multiple ou d'un quotient par une constante non nulle.

Question:	1	2	3	4	Total
Points:	10	10	10	10	40
Score:					