

**DS5 (5) de MATHEMATIQUES (TERM SPE)**  
**2025**

Nom et prénom: \_\_\_\_\_

**Exercice1(10pts)**

Sur une petite île de l'Océan Indien, une équipe de scientifiques étudie la population d'une bestiole nommée le " Magmar ".

Au début de l'étude il y avait 160 milliers de Magmars sur l'île. Chaque année le nombre de Magmars diminue de 25% et l'équipe en rajoute alors 90 milliers pour essayer de stabiliser la population de Magmar.

On note l'effectif de cette population en milliers après  $n$  années.

- (a) i. Donner la valeur de  $u_0$ . (1/2 pts)
- ii. Déterminer le nombre de bestioles après 1 an. (1/2 pts)
- iii. Expliquer pourquoi pour tout  $n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = 0.75u_n + 90$  (1 pts)
- (b) i. Démontrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}, u_n \leq u_{n+1} \leq 360$  (2 pts)
- ii. En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente. (1 pts)
- (c) Soit  $(v_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $v_n = u_n - 360$ .
  - i. Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique. (préciser sa raison et son premier terme). (2 pts)
  - ii. En déduire une expression explicite de  $v_n$  en fonction de  $n$ . (1 pts)
  - iii. En déduire une expression explicite de  $u_n$  en fonction de  $n$ . (1 pts)
  - iv. Calculer la limite de la suite  $(u_n)$ . Interpréter le résultat. (1 pts)

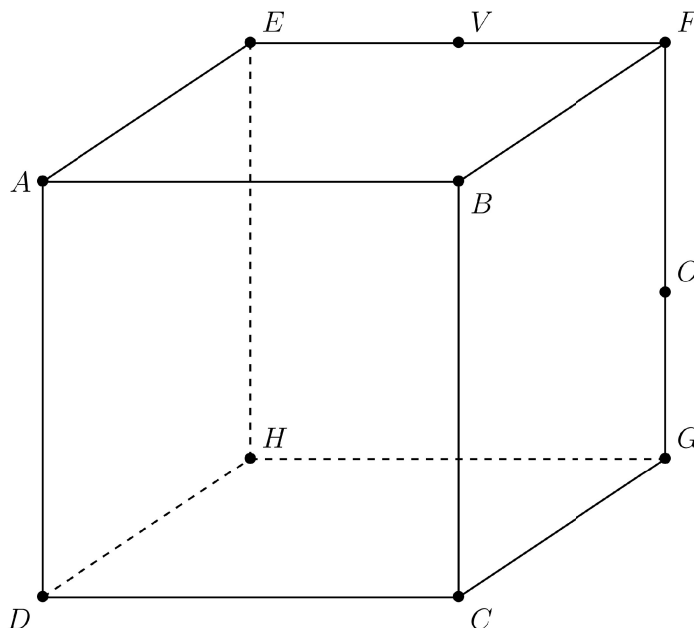
**Exercice2(10pts)**

Exercice non préparé sur les limites de suites (fonctions rationnelles,  $\sin(n)$  et  $\cos(n)$ , théorème des gendarmes, théorème de comparaison,  $q^n$ )

**Exercice3(10pts)**

Dans le cube ABCDEFGH ci-dessous, on a placé les points O et V tels que :

$$\overrightarrow{FO} = \frac{3}{5}\overrightarrow{FG} \text{ et } \overrightarrow{EV} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EF}$$



On se placera dans le repère  $(D, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH}, \overrightarrow{DA})$

- (a) Montrer que  $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DH} + \frac{2}{5}\overrightarrow{DA}$ . (2 pts)  
 En déduire les coordonnées du point O dans le repère  $(D, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH}, \overrightarrow{DA})$ .
- (b) Donner SANS JUSTIFICATION les coordonnées du point V et ceux du point L milieu du segment  $[VF]$  (1 pts)
- (c) Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite  $(OV)$  (2 pts)  
 est  $\begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = 1 \\ z = \frac{2}{5} + 6t \end{cases}$ .
- (d) Montrer que le point  $K(26; 1; \frac{-148}{5})$  appartient à la droite  $(OV)$  (1 pts)
- (e) Montrer que le point  $P(-19; 1; \frac{32}{5})$  n'appartient pas à la droite  $(OV)$  (2 pts)
- (f) Placer sur le dessin le point W tel que  $\overrightarrow{HW} = \overrightarrow{HC} + \overrightarrow{HE} - \frac{2}{3}\overrightarrow{EF}$  (2 pts)

**Exercice4(10pts)**

Exercice non préparé sur la géométrie dans l'espace.

Question:	1	2	3	4	Total
Points:	10	10	10	10	40
Score:					

Fin du devoir.