DS5 (2) de MATHEMATIQUES (TERM SPE)
2025

Nom et prénom: ______________________________

Exercice1(8pts)

Le virus de la grippe atteint chaque année, en période hivernale, une partie de la population d'une ville.

La vaccination contre la grippe est possible; elle doit être renouvelée chaque année.

L'efficacité du vaccin contre la grippe peut être diminuée en fonction des caractéristiques individuelles des personnes vaccinées, ou en raison du vaccin, qui n'est pas toujours totalement adapté aux souches du virus qui circulent. Il est donc possible de contracter la grippe tout en étant vacciné.

Une étude menée dans la population de la ville à l'issue de la période hivernale a permis de constater que :

- 14 % de la population est vaccinée ;
- 10 % des personnes vaccinées ont contracté la grippe ;
- 12 % de la population a contracté la grippe.

On choisit une personne au hasard dans la population de la ville et on considère les évènements :

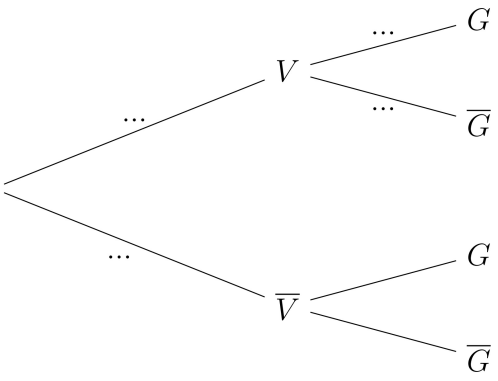
V : la personne est vaccinée contre la grippe;

G : la personne a contracté la grippe

(a) i. Donner la probabilité de l'évènement G. (2 pts)

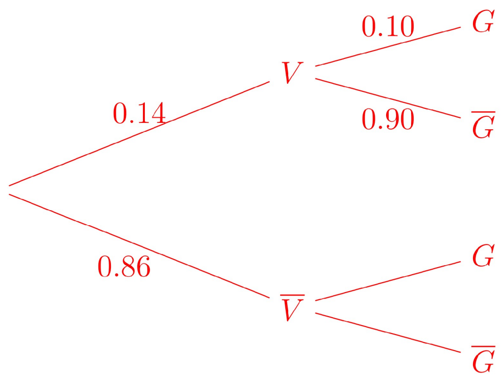
Solution: $P(G) = 0.12$ car 12% de la population a contracté la grippe.

ii. Reproduire l'arbre pondéré ci-dessous et compléter les pointillés indiqués sur quatre de ses branches. (2 pts)



Nom et prénom: ______________________________

Solution:



(b) Déterminer la probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée. (2 pts)

Solution: On calcule $P(G \cap V) = P(V) \times P_V(G) = 0.14 \times 0.10 = 0.014.$

(c) La personne choisie n'est pas vaccinée. (2 pts)
Montrer que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est égale à $\frac{53}{430}$.

Solution: On calcule $P_{\overline{V}}(G)$.
On a $P(G) = P(G \cap V) + P(G \cap \overline{V}) \Leftrightarrow 0.12 = 0.014 + 0.86 \times P_{\overline{V}}(G)$
On pose $x = P_{\overline{V}}(G)$.
On obtient l'équation $0.12 = 0.014 + 0.86 \times x$
$0.12 = 0.014 + 0.86 \times x \Leftrightarrow x = \dfrac{0.12 - 0.014}{0.86} \Leftrightarrow x = \frac{53}{430}$
La probabilité qu'une personne non vaccinée ait contracté la grippe est égale $\frac{53}{430}$.

Exercice2(8pts)

Un laboratoire pharmaceutique mène une étude sur la vaccination contre la grippe dans une ville.

Après la période hivernale, on interroge au hasard n habitants de la ville, en admettant que ce choix se ramène n tirages successifs indépendants et avec remise. On suppose que la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la ville soit vaccinée contre la grippe est égale 0.3. On pourra donner les probabilité à 10^{-2} près.

Nom et prénom: ______________________________

On note X la variable aléatoire égale au nombre de personnes vaccinées parmi les n interrogées.

(a) Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? (2 pts)

Solution: On a une succession de n épreuves de Bernouilli de paramètre $p = 0.3$. X suit donc une loi Binomiale.

(b) Dans cette question, on suppose que $n = 16$.

i. Déterminer la probabilité qu'exactement 12 des 16 personnes interrogées soient vaccinées (arrondir à 10^{-5} près). (2 pts)

Solution: $p(X = 12) = \begin{pmatrix} 16 \\ 12 \end{pmatrix} \times 0.3^{12} \times (1 - 0.3)^{16-12} = 11440 \times 0.3^{12} \times 0.7^4 \simeq 0.00023$

ii. Déterminer la probabilité qu'au moins la moitié des personnes interrogées
soit vaccinée (Arrondir à 10^{-5} près). (2 pts)

Solution:
Avec la calculatrice, $BinomFrep(n, p, n_0) = P(X = 0) + P(X = 1) + ... + P(X = n_0)$
Où X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètre n et p.
D'où, $P(X \geqslant 8) = 1 - P(X \leqslant 7) = 1 - BinomFrep(16, 0.3, 7) \simeq 0.07435$

iii. Calculer l'espérance et l'écart type de la variable aléatoire X arrondi au millième. (2 pts)

Solution:
D'après le cours, si X suit une loi binomiale de paramètres p et n son espérance est $E(X) = np$ et son écart type est $\sigma(X) = \sqrt{np(1 - p)}$.
D'où $E(X) = 16 \times 0.3 = 4.8$
et $\sigma(X) = \sqrt{16 \times 0.3(1 - 0.3)} = \sqrt{3.36} \approx 1.833$

Exercice3(6pts)

Exercice non préparé sur la les fonctions (graphiques, tableau de variation, asymptote)

Exercice4(8pts)

Exercice non préparé sur la loi binomiale

Question:	1	2	3	4	Total
Points:	8	8	6	8	30
Score:					

Fin du devoir.