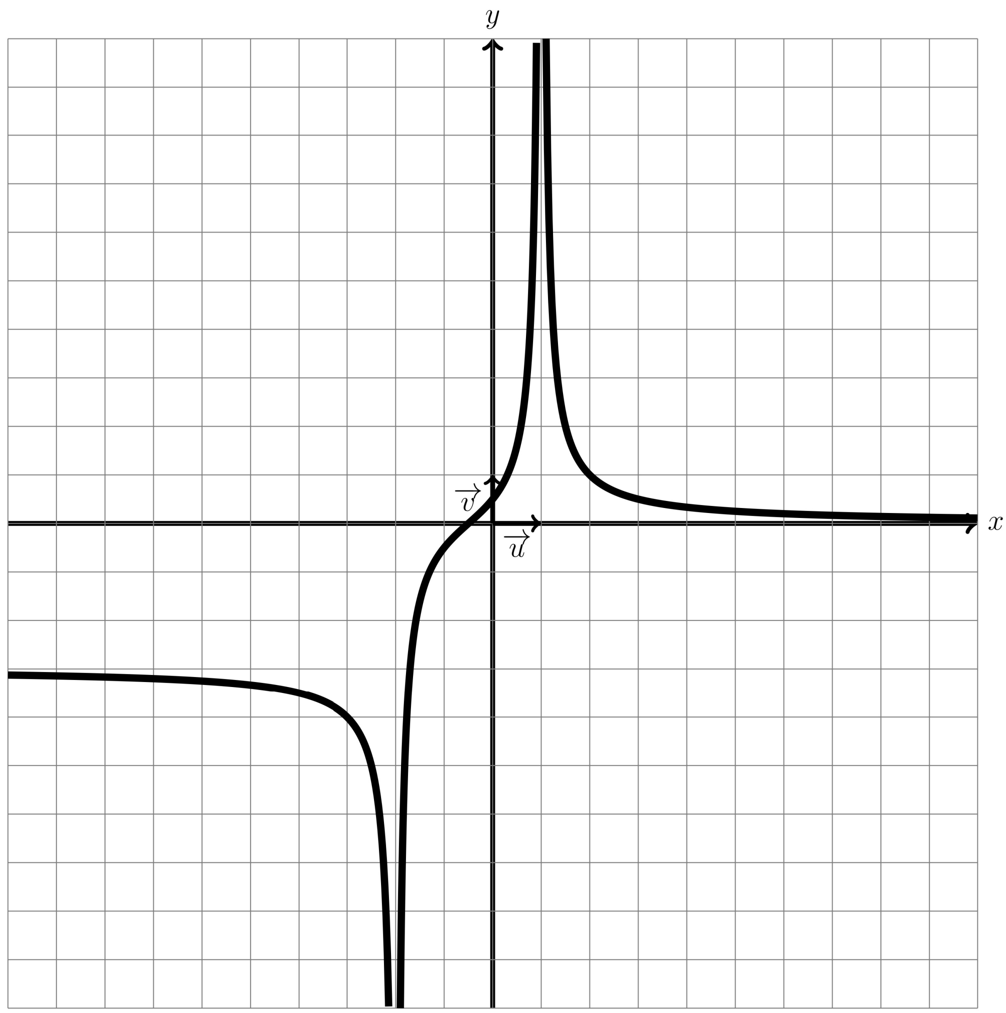
DS4 (1) de MATHEMATIQUES (TERM SPE)
2025

Nom et prénom: ______________________________

JOUR 1 à 3: exercice 1 à 3
JOUR 4 à 6: exercices restants

Exercice1(6pts)

Cet exercice a pour objectif l'étude d'une fonction donnée sous forme graphique



(a) Dresser le tableau de variation complet de f en y ajoutant le signe de la dérivé de f à partir de conjectures tirées de la représentation graphique de f. (3 pts)

(b) Indiquer le nombre d'asymptotes (horizontales et verticales) à la courbe représentative de f et donner leurs équations. Justifier votre réponse en donnant les limites correspondantes. (3 pts)

Nom et prénom: ____

Exercice2(4pts)

Cet exercice a pour objectif l'étude d'une fonction dont on connait le tableau de variation

On considère une fonction f dont voici le tableau de variation:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
Signe de f'(x)		$-$	‖	$+$	‖	$-$	
Variations de f	-3	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3

(a) Indiquer le nombre d'asymptotes (horizontales et verticales) à la courbe représentative de f et donner leurs équations. Justifier votre réponse en donnant les limites correspondantes. (2 pts)

(b) Donner une représentation graphique possible pour la fonction f. (2 pts)

Exercice3(19pts)

Dans le cadre d'un essai clinique on envisage le protocole de traitement d'une maladie suivant:
On injecte initialement au patient, par piqûre intraveineuse, une dose de 5 mg de médicament puis on réinjecte toutes les heures une dose de 6,5 mg.
On suppose que le médicament se diffuse instantanément dans le sang et qu'il est ensuite progressivement éliminé. On estime que lorsqu'une heure s'est écoulée après une injection, la quantité de médicament dans le sang a diminué de 90% par rapport à la quantité présente immédiatement après cette injection.
On modélise cette situation à l'aide de la suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n désigne la quantité de médicament, exprimée en mg, présente dans le sang du patient immédiatement après l'injection de la n-ième heure. On a donc $u_0 = 5$.

(a) Calculer, selon cette modélisation, la quantité u_1, de médicament (en mg) présente dans le sang du patient immédiatement après l'injection de la première heure. (2 pts)

(b) Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0{,}1u_n + 6.5$. (2 pts)

(c) i. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n: (5 pts)

$$u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \frac{65}{9}$$

ii. En déduire que (u_n) est convergente. On note l sa limite. (1 pts)

(d) On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = \frac{65}{9} - u_n$.

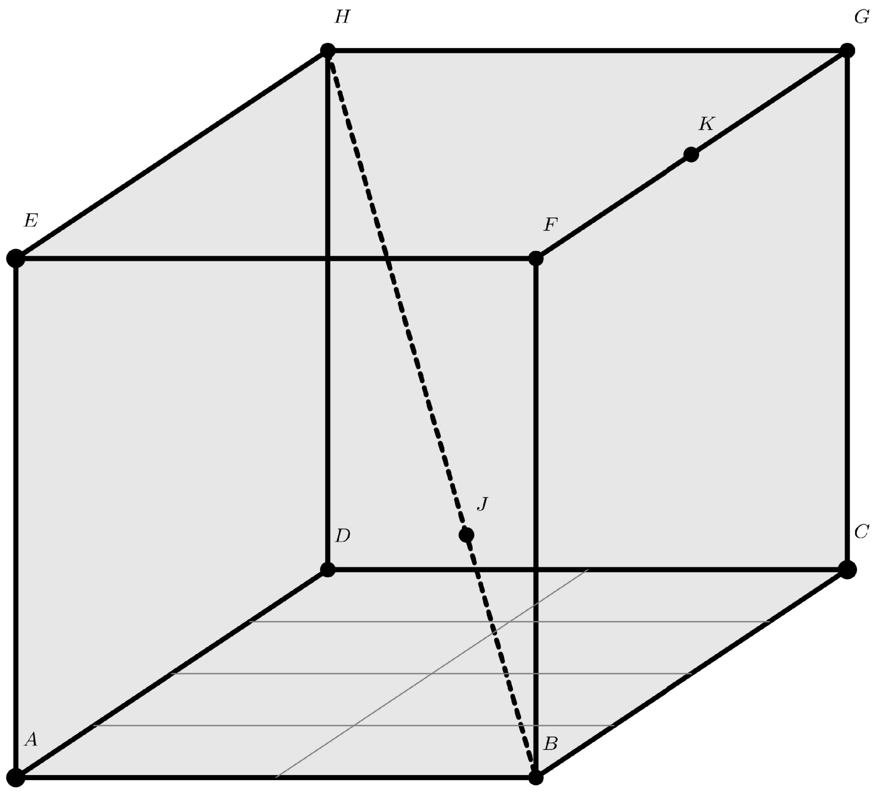
i. Montrer que la suite (v_n) est suite géométrique de raison 0,1 dont on précisera le premier terme. (5 pts)

ii. Déterminer l'expression de v_n en fonction de n, puis de u_n en fonction de n.
En déduire la limite l de la suite u_n. (2 pts)

iii. Avec ce protocole, on arrête les injections lorsque la quantité de médicament présente dans le sang est supérieure ou égale à 7.12 mg.
Déterminer, en détaillant les calculs, le nombre d'injections réalisées en appliquant ce protocole. (2 pts)

Exercice4(11pts)

Soient le cube ABCDEFGH de côté 1, le point J tel que $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BH}$ et K le point tel que $\overrightarrow{FK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FG}$.



(a) i. Démontrer que $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$ (1 pts)

ii. En déduire les coordonnées du point J dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE}\right)$ (1 pts)

iii. **Dans la suite de l'exercice, on travaille dans le repère** $\left(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE}\right)$ (1 pts)
Donner **SANS JUSTIFICATIONS** les coordonnées des points B, H et K dans ce repère.

iv. Soit I le point de coordonnées $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; 0\right)$. (1 pts)
Placer le point I sur la figure.

Les deux parties suivantes sont INDÉPENDANTES

(b) **Avec des vecteurs**

i. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ (1 pts)

ii. (1 pts)
Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ sont colinéaires.

iii. Que peut-on en déduire? (1 pts)

(c) **Avec des représentations paramétriques de droites**

i. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (BH). (1 pts)

ii. Démontrer qu'une représentation paramétrique de la droite (IK) est : (1 pts)

$$(IK) : \begin{cases} x = \frac{1}{2} + 2s \\ y = \frac{1}{4} + s \\ z = 4s \end{cases}$$

iii. Montrer que les droites (BH) et (IK) sont sécantes en déterminant les coordonnées de leur point d'intersection. (1 pts)

iv. Que peut-on en conclure pour le point J? Tracer sur le dessin. (1 pts)

(d) Déterminer et dessiner l'intersection des deux plans (HJK) et (ABC). (2 (bonus))
On laissera apparent les traits de construction.

Exercice5(10pts)

(a) On se place dans un repère orthonormé de l'espace. (3 pts)
On considère les droites (d) et (d') de représentation paramétrique:

$$(d) \begin{cases} x &= 4 + 27t \\ y &= 3 - 3t \\ z &= 3 + 21t \end{cases} \text{ et } (d') \begin{cases} x &= 2 + 21s \\ y &= -3 - 21s \\ z &= 2 + 18s \end{cases}$$

Montrer que les droites (d) et (d') sont sécantes et que leur point d'intersection est $I(-5, 4, -4)$.

(b) On se place dans un repère orthonormé de l'espace. (3 pts)
On considère les droites (d) et (d') de représentation paramétrique:

$$(d) \begin{cases} x &= -1 + 8t \\ y &= 2 + 14t \\ z &= 2 + 12t \end{cases} \text{ et } (d') \begin{cases} x &= 3 + 72s \\ y &= 1 + 12s \\ z &= -1 + 6s \end{cases}$$

Montrer que les droites (d) et (d') sont non coplanaires.

(c) On considère les droites (d) et (d') dont des représentations paramétriques sont: (2 pts)

$$(d) : \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = \ + 3t \\ z = -4 + 5t \end{cases} \quad \text{et } (d') : \begin{cases} x = 2 + \frac{39}{20}k \\ y = 2 + \frac{39}{20}k \\ z = 3 + \frac{13}{4}k \end{cases}$$

Montrer que les droites (d) et (d') sont strictement parallèles.

(d) On considère les droites (d) et (d') dont des représentations paramétriques sont: (2 pts)

$$(d) : \begin{cases} x = -6 - 7t \\ y = 3 - 3t \\ z = 6 + t \end{cases} \quad \text{et } (d') : \begin{cases} x = -20 + 21k \\ y = -3 + 9k \\ z = 8 - 3k \end{cases}$$

Montrer que les droites (d) et (d') sont confondues.

Exercice6(10pts)

Exercice sur les bases d'un plan et l'utilisation de CHASLES dans le plan (révision de première).

Question:	1	2	3	4	5	6	Total
Points:	6	4	19	11	10	10	60
Score:							

Fin du devoir.