EVALUATION DS 3 (1) de MATHEMATIQUES (2 heures) TERM SPE2025

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: ____________________

Exercice1(4pts)

(a) On considère la suite définie par récurrence: (2 pts)

$$\begin{cases} u_0 = 11 \\ u_{n+1} = 0{,}4u_n + 6 \end{cases}$$

Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n,

$$8 \leqslant u_n \leqslant 12$$

(b) On considère la suite définie par récurrence: (2 pts)

$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = 0{,}4u_n - 3{,}7 \end{cases}$$

Montrer par récurrence que la suite (u_n) est décroissante .

Exercice2(5pts)

Calculer chacune des limites suivantes (justification nécéssaire)

(a) $\lim\limits_{n\to+\infty} 4n^2 - 3n$ (1 pts)

(b) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^2 - 3n + 3}{n^3 - 8n + 4}$ (1 pts)

(c) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{8n^2 + 3n + 5}{-4n^2 + 5n - 1}$ (1 pts)

(d) Après avoir rappelé la règle permettant le calcul de $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n$, (2 pts)
calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} (8^n - 12^n)$

Exercice3(4pts)

Question de cours: suites arithmétiques.

(a) Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_5 = \frac{3}{2}$ et de raison $r = -6$. (1 pts)
Donner l'expression explicite de u_n.

(b) (1 pts)
Soit (u_n) la suite dont l'expression explicite
est $u_n = \frac{-31}{4} + 9(n+1)$. Montrer que (u_n) est une suite arithmétique dont on donnera le premier terme u_0 et la raison r.

(c) Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = \frac{7}{4}$ et de raison $r = -9$. (1 pts)
Calculer $S = u_0 + u_1 + ... + u_{23}$.

(d) (1 pts)
Soit (u_n) la suite dont l'expression explicite pour $n \geqslant 23$
est $u_n = \frac{-319}{2} + 7n$. Montrer que (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_{23} = \frac{3}{2}$ et de raison $r = 7$.

Exercice4(3pts)

Question de cours: suites géométriques.

(a) Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_4 = \frac{5}{3}$ et de raison $q = \frac{3}{4}$. (1 pts)
Donner l'expression explicite de v_n.

(b) Soit (w_n) la suite définie pour $n \geqslant 5$ par la formule explicite: (1 pts)
$w_n = \frac{20}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$.
Montrer que (w_n) est une suite géométrique de premier terme $w_5 = \frac{5}{3}$ et de raison $\frac{1}{2}$.

(c) Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = \frac{5}{3}$ et de raison $q = \frac{3}{2}$. (1 pts)
Calculer $S = v_0 + v_1 + ... + v_8$ (On donnera une valeur approchée à 0.01 près.

Exercice5(6pts)

(Récurrence)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 4$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$.

(a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leqslant u_n \leqslant 4$. (2 pts)

(b) Montrer par récurrence que (u_n) est décroissante. (2 pts)

(c) En déduire que la suite (u_n) est convergente. (2 pts)

Exercice6(8pts)

Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 + 2 + 3 + ... + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

Nom et prénom: ____________________

Question:	1	2	3	4	5	6	Total
Points:	4	5	4	3	6	8	30
Score:							

Fin du devoir.