# PREPARER EVALUATION DS 1 (11) de MATHEMATIQUES (2 heures) TERM SPE2024

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: ____________________

**Exercice1(8pts)**

Revoir le cours sur les polynômes du second degré.

**Exercice2(8pts)**

On note P le polynôme défini par $P(x) = -2x^2 + 16x - 30$.

(a) Calculer le discriminant de $P$. (2 pts)

**Solution:**
D'après le cours, le discriminant du polynôme $ax^2+bx+c$ est $\Delta = b^2-4ac$.
Ici $\Delta = b^2 - 4ac = 16^2 - 4 \times (-2) \times (-30) = 16$

(b) Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de la fonction $P$. Préciser si cela correspond à un maximum ou un minimum. (2 pts)

**Solution:**
D'après le cours, les coordonnées du sommet de la parabole représentative de la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ sont $S(\frac{-b}{2a}; f(\frac{-b}{2a}))$.
Ici $\frac{-b}{2a} = \frac{-16}{2 \times (-2)} = 4$,
et $f(4) = -2 \times 4^2 + 16 \times 4 - 30 = 2$.
Les coordonnées du sommet sont donc $S(4; 2)$ et comme $a = -2 < 0$ il s'agit d'un maximum.

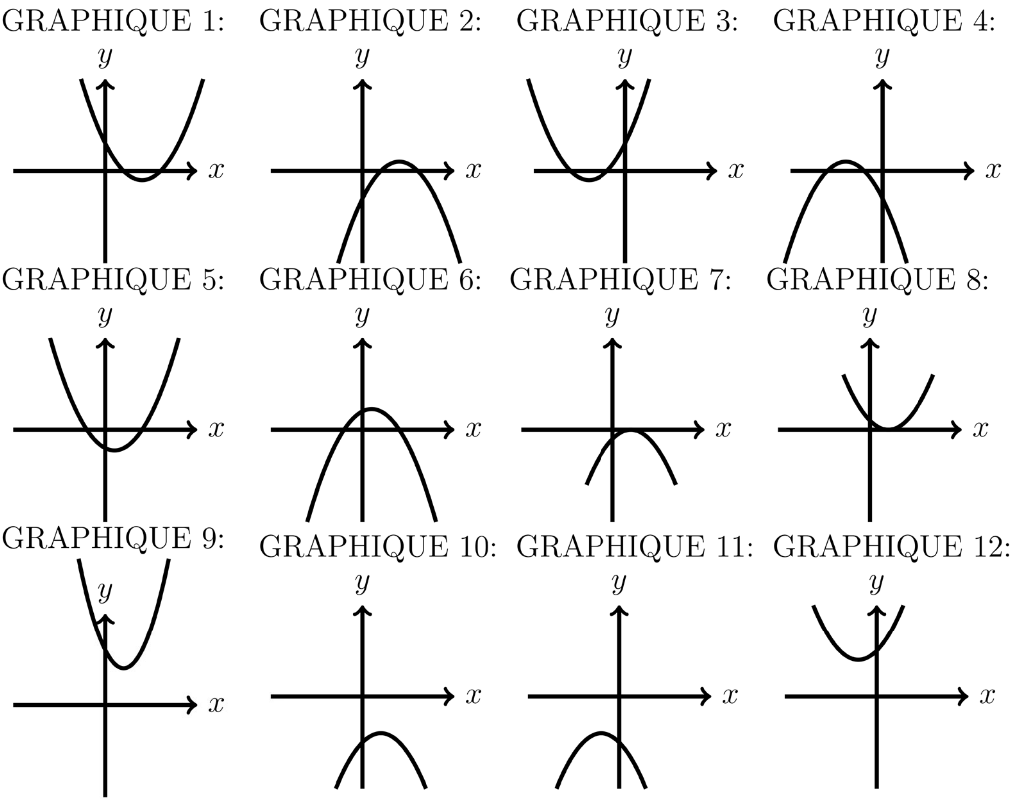
(c) Déterminer si $P$ admet une ou plusieurs racines. Si c'est le cas, calculer leur(s) valeur(s). (2 pts)

**Solution:**

Comme $\Delta = 16 > 0$, le polynôme admet deux racines disctincts:
$x_0 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 - \sqrt{16}}{2 \times (-2)} = 3$
et $x_0 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 + \sqrt{16}}{2 \times (-2)} = 5$

(d) On a dessiné ci dessous **à main levée** douze représentations graphiques de fonctions dont la forme est une parabole. (2 pts)
L'une d'entre-elles correspond à $P$.

Dire laquelle en justifiant votre réponse.




**Solution:**

D'après la question (b), les racines du polynôme $P$ sont 3 et 5.
Les racines sont donc toutes les deux positives donc le graphique est le 1 ou le 2.
Comme $a = -2 < 0$, la parabole est orientée vers le bas donc le graphique correspondant est le **GRAPHIQUE 2**.

**Exercice3(8pts)**

On note P le polynôme défini par $P(x) = -4x^2 + 8x - 4$.

(a) Calculer le discriminant de $P$. (2 pts)

**Solution:**
D'après le cours, le discriminant du polynôme $ax^2+bx+c$ est $\Delta = b^2-4ac$.
Ici $\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times (-4) \times (-4) = 0$

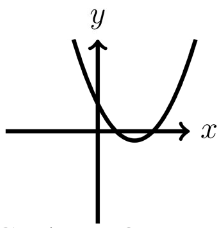
(b) Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de la fonction $P$. Préciser si cela correspond à un maximum ou un minimum. (2 pts)

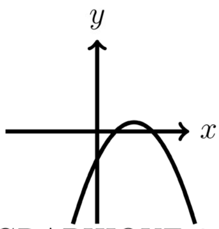
**Solution:**
D'après le cours, les coordonnées du sommet de la parabole représentative de la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ sont $S(\frac{-b}{2a}; f(\frac{-b}{2a}))$.
Ici $\frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \times (-4)} = 1$,
et $f(1) = -4 \times 1^2 + 8 \times 1 - 4 = 0$.
Les coordonnées du sommet sont donc $S(1; 0)$ et comme $a = -4 < 0$ il s'agit d'un maximum.

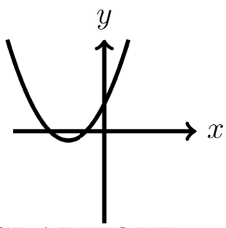
(c) Déterminer si $P$ admet une ou plusieurs racines. Si c'est le cas, calculer leur(s) valeur(s). (2 pts)

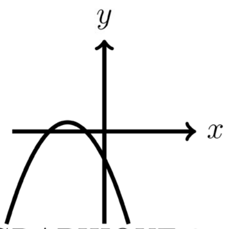
**Solution:**
Comme $\Delta = 0$, le polynôme admet une unique racine (dite double) $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \times (-4)} = 1$.
Il y a donc une seule racine $x_0 = 1$.

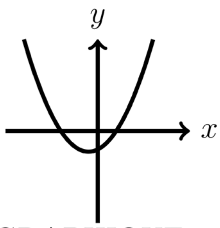
(d) On a dessiné ci dessous **à main levée** douze représentations graphiques de fonctions dont la forme est une parabole. (2 pts)
L'une d'entre-elles correspond à $P$.
Dire laquelle en justifiant votre réponse.

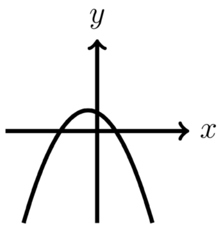
GRAPHIQUE 1:


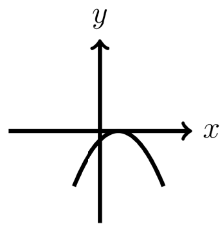
GRAPHIQUE 2:


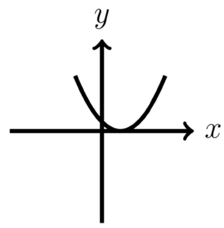
GRAPHIQUE 3:


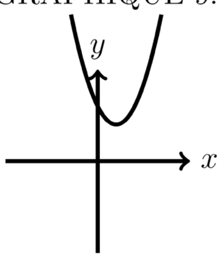
GRAPHIQUE 4:


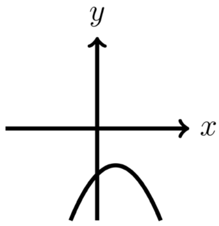
GRAPHIQUE 5:


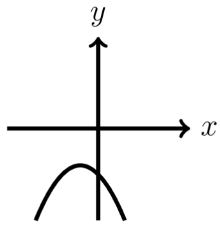
GRAPHIQUE 6:


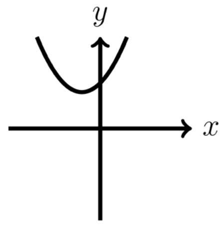
GRAPHIQUE 7:


GRAPHIQUE 8:


GRAPHIQUE 9:


GRAPHIQUE 10:


GRAPHIQUE 11:


GRAPHIQUE 12:


**Solution:**

D'après la question (c), le polynôme $P$ admet une unique racine.
Comme $a = -4 < 0$, la parabole est orientée vers le bas et le seul graphique correspondant est le **GRAPHIQUE 8**.

**Exercice4(8pts)**

On note P le polynôme défini par $P(x) = -5x^2 + 40x - 100$.

(a) Calculer le discriminant de $P$. (2 pts)

**Solution:**
D'après le cours, le discriminant du polynôme $ax^2+bx+c$ est $\Delta = b^2-4ac$.
Ici $\Delta = b^2 - 4ac = 40^2 - 4 \times (-5) \times (-100) = -400$

(b) Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de la fonction $P$. Préciser si cela correspond à un maximum ou un minimum. (2 pts)

**Solution:**
D'après le cours, les coordonnées du sommet de la parabole représentative de la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ sont $S(\frac{-b}{2a}; f(\frac{-b}{2a}))$.
Ici $\frac{-b}{2a} = \frac{-40}{2 \times (-5)} = 4$,
et $f(4) = -5 \times 4^2 + 40 \times 4 - 100 = -20$.
Les coordonnées du sommet sont donc $S(4; -20)$ et comme $a = -5 < 0$ il s'agit d'un maximum.

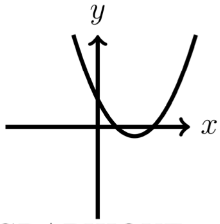
(c) Déterminer si $P$ admet une ou plusieurs racines. Si c'est le cas, calculer leur(s) valeur(s). (2 pts)

**Solution:**

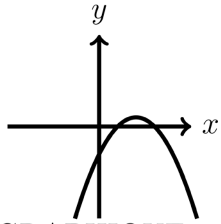
Comme $\Delta = -400 < 0$, le polynôme n'admet pas de racines.

(d) On a dessiné ci dessous **à main levée** douze représentations graphiques de fonctions dont la forme est une parabole. (2 pts)
L'une d'entre-elles correspond à $P$.
Dire laquelle en justifiant votre réponse.

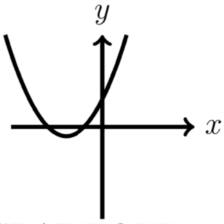
GRAPHIQUE 1:



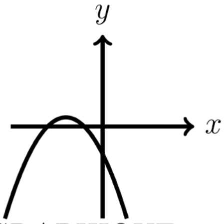

GRAPHIQUE 2:



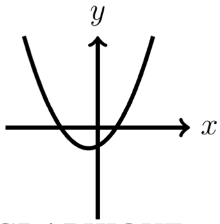

GRAPHIQUE 3:



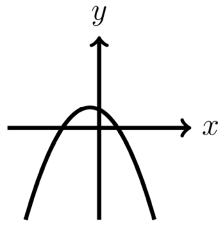

GRAPHIQUE 4:



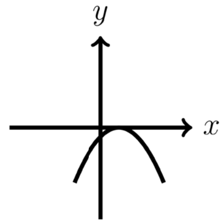

GRAPHIQUE 5:



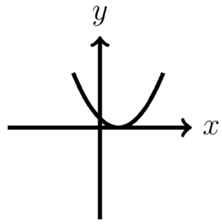

GRAPHIQUE 6:



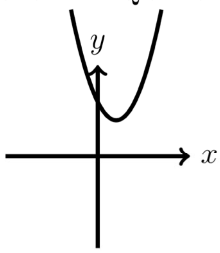

GRAPHIQUE 7:



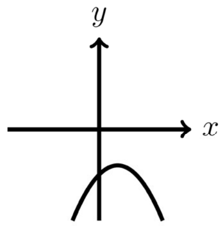

GRAPHIQUE 8:



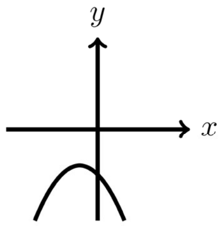

GRAPHIQUE 9:



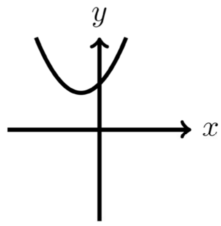

GRAPHIQUE 10:




GRAPHIQUE 11:




GRAPHIQUE 12:




**Solution:**

D'après la question (c), le polynôme $P$ n'admet aucune racine donc la courbe ne coupe pas l'axe des abscisses.
Comme $a = -5 < 0$, la parabole est orientée vers le bas.
D'après la question (b) le sommet S a pour coordonnées $S(4; -20)$.
Le seul graphique correspondant à un sommet d'abscisse positive et d'ordonnée négative et orientée vers le bas sans couper l'axe des abscisses est le **GRAPHIQUE 10**.

Fin du devoir.