

FICHE ULTRA CONDENSÉE – BAC MATHS

Suites

Convergence

$$u_n \rightarrow \ell$$

Suite croissante + majorée \Rightarrow converge.
Suite décroissante + minorée \Rightarrow converge.

Suites géométriques

$$u_n = u_0 q^n$$

$$|q| < 1 \Rightarrow q^n \rightarrow 0$$

$$q > 1 \Rightarrow q^n \rightarrow +\infty$$

Théorème des gendarmes

$$u_n \leq v_n \leq w_n$$

et :

$$u_n \rightarrow \ell \quad w_n \rightarrow \ell$$

alors :

$$v_n \rightarrow \ell$$

Point fixe

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

Si $u_n \rightarrow \ell$ alors :

$$\ell = f(\ell)$$

Exponentielle

Identités

$$e^{a+b} = e^a e^b$$

$$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$

$$(e^a)^n = e^{na}$$

Propriétés

$$e^x > 0$$

Fonction strictement croissante.

Dérivées

$$(e^x)' = e^x$$

$$(e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$$

Équations

$$e^a = e^b \iff a = b$$

$$e^a < e^b \iff a < b$$

Logarithme

Identités

$$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

$$\ln(a^n) = n \ln(a)$$

Valeurs

$$\ln(1) = 0$$

$$\ln(e) = 1$$

Dérivées

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$$

Limites

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$$

TVI

Théorème des Valeurs Intermédiaires

Si f est continue sur $[a; b]$ et si :

$$k \in [f(a); f(b)]$$

alors il existe :

$$c \in [a; b]$$

tel que :

$$f(c) = k$$

Corollaire

Si :

$$f(a) \times f(b) < 0$$

alors :

$$f(x) = 0$$

admet au moins une solution sur $[a; b]$.

Unicité

Si en plus f est strictement monotone :

$$f(x) = 0$$

admet une unique solution.

Trigonométrie

Dérivées

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

Périodicité

$$\sin(x + 2\pi) = \sin x$$

$$\cos(x + 2\pi) = \cos x$$

Équations

$$\cos x = \cos a \iff x = \pm a + 2k\pi$$

$$\sin x = \sin a \iff x = a + 2k\pi$$

ou

$$x = \pi - a + 2k\pi$$

Valeurs usuelles

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Intégrales

Primitive

$$F' = f$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Propriétés

$$\int (f + g) = \int f + \int g$$

$$\int_a^c f = \int_a^b f + \int_b^c f$$

Valeur moyenne

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

IPP

$$\int u'v = [uv] - \int uv'$$

Convexité

Convexité

$$f''(x) > 0 \Rightarrow f \text{ convexe}$$

$$f''(x) < 0 \Rightarrow f \text{ concave}$$

Point d'inflexion

Si :

$$f'' \text{ change de signe}$$

alors la courbe admet un point d'inflexion.

Fonction composée

Composée

$$(v \circ u)' = u' \times v'(u)$$

Exemple :

$$(e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$$

Équations différentielles

Équation différentielle

$$y' = ay$$

Solutions :

$$y(x) = Ce^{ax}$$

Probabilités

Probabilités totales

$$P(B) = \sum P(A_i \cap B)$$

Indépendance

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Loi binomiale

$$X \sim \mathcal{B}(n, p)$$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$E(X) = np$$

$$V(X) = np(1-p)$$

Bienaymé-Tchebychev

$$P(|X - \mu| \geq a) \leq \frac{V}{a^2}$$

Dénombrement

Combinaisons

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Géométrie dans l'espace

Positions relatives

Deux droites peuvent être :

- sécantes ;
- parallèles ;
- confondues ;
- non coplanaires.

Une droite et un plan peuvent être :

- parallèles ;
- inclus ;
- sécants.

Théorème du toit

Si deux plans sont sécants selon Δ et :

$$d_1 \parallel d_2$$

alors :

$$d_1 \parallel \Delta \quad d_2 \parallel \Delta$$

Vecteurs coplanaires

$$\vec{w} = \alpha \vec{u} + \beta \vec{v}$$

Produit scalaire

$$\vec{u}(x; y; z) \quad \vec{v}(x'; y'; z')$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\widehat{u, v})$$

Orthogonalité

$$\vec{u} \perp \vec{v} \iff \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Droite paramétrique

$$\begin{cases} x = x_A + ka \\ y = y_A + kb \\ z = z_A + kc \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

Équation d'un plan

$$ax + by + cz + d = 0$$

Vecteur normal :

$$\vec{n}(a; b; c)$$

Dérivées usuelles

À connaître

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

Tangente et variations

Tangente

Équation de la tangente en a :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Variations

$$f'(x) > 0 \Rightarrow f \text{ croissante}$$

$$f'(x) < 0 \Rightarrow f \text{ décroissante}$$

Limites

Classiques

$$\frac{1}{x^n} \rightarrow 0$$

$$\frac{\ln x}{x^n} \rightarrow 0$$

$$x^n e^{-x} \rightarrow 0$$

Formes indéterminées

$$\infty - \infty$$

$$\frac{\infty}{\infty}$$

$$\frac{0}{0}$$

$$0 \times \infty$$

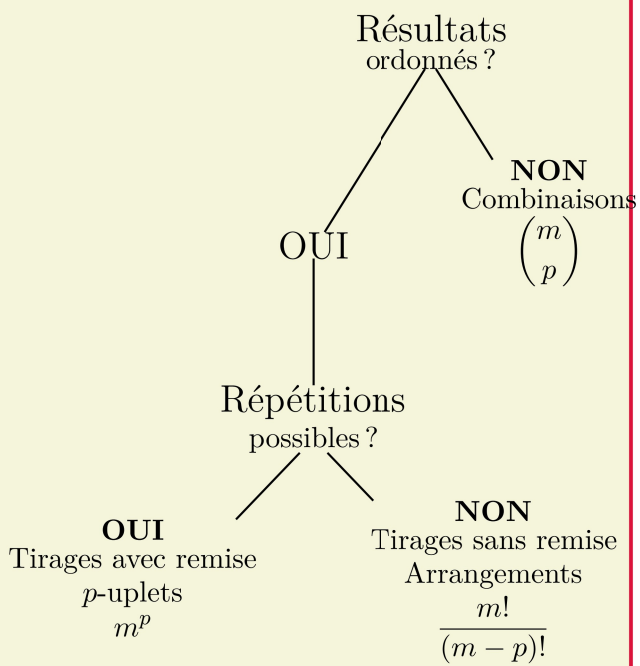
ETUDE DE FONCTION

Méthode

1. Domaine
2. Dérivée
3. Tableau de signe
4. Variations
5. Limites
6. TVI
7. Conclusion rédigée

DENOMBREMENT

Arbre de décision



Cas particulier

Si tous les éléments sont utilisés :

$$p = m$$

alors :

$$\frac{m!}{(m-p)!} = m!$$

On retrouve les permutations.