

DÉNOMBREMENT

Fiche de révision BAC

Bloc 1 Factorielle

Pour tout entier naturel n :

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \cdots \times 2 \times 1$$

Par convention :

$$0! = 1$$

Exemple

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

Bloc 2 Permutations

Une permutation correspond à un rangement de tous les éléments d'un ensemble.
Le nombre de permutations de n éléments est :

$$n!$$

Exemple

On range 6 livres différents sur une étagère.

$$6! = 720$$

rangements possibles.

Bloc 3 Arrangements

On choisit p éléments parmi n .

- l'ordre compte ;
- pas de répétition.

Le nombre d'arrangements est :

$$A_n^p = \frac{n!}{(n - p)!}$$

Exemple

Podium d'une course de 8 participants :

$$A_8^3 = \frac{8!}{5!} = 8 \times 7 \times 6 = 336$$

Bloc 4 Combinaisons

On choisit p éléments parmi n .

- l'ordre ne compte pas ;
- pas de répétition.

Le nombre de combinaisons est :

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{(n-p)!p!}$$

Exemple

Choisir un groupe de 4 élèves parmi 30 :

$$\binom{30}{4} = 27405$$

Bloc 5 Propriétés des coefficients binomiaux

Pour tous entiers naturels n et p :

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$$

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$$

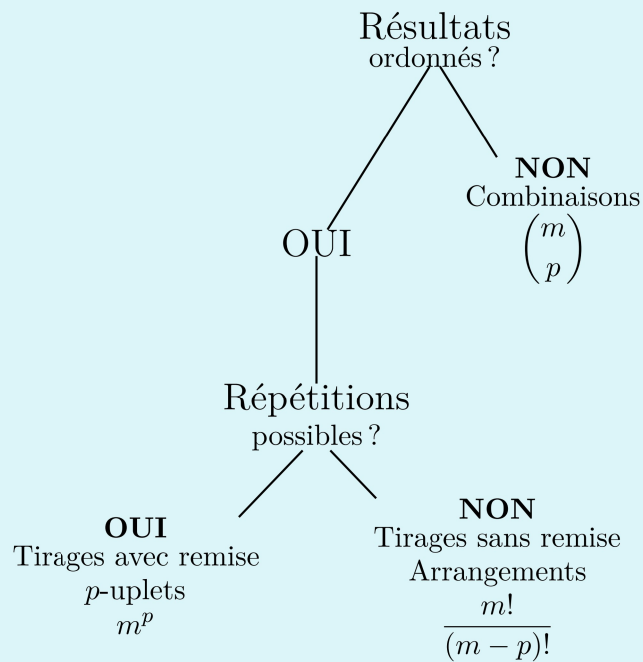
$$\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$$

$$\sum_{p=0}^n \binom{n}{p} = 2^n$$

Exemple

$$\binom{7}{2} = \binom{7}{5} = 21$$

Bloc 6 Arbre de décision



Cas particulier

Si tous les éléments sont utilisés :

$$p = m$$

alors :

$$\frac{m!}{(m-p)!} = m!$$

On retrouve les permutations.

Bloc 7 Exemple : tirage simultané

Une urne contient :

- 6 boules rouges ;
- 4 boules bleues.

On tire simultanément 3 boules.

Comme l'ordre ne compte pas :

$$\binom{10}{3} = 120$$

tirages possibles.

Nombre de tirages contenant exactement 2 rouges et 1 bleue :

$$\binom{6}{2} \times \binom{4}{1} = 15 \times 4 = 60$$

Probabilité :

$$P = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

Bloc 8 Exemple : tirage successif sans remise

Une urne contient 10 boules distinctes.

On tire successivement 3 boules.

- ordre important ;
- pas de remise.

Nombre de tirages :

$$\frac{10!}{7!} = 10 \times 9 \times 8 = 720$$

Bloc 9 Exemple : tirage successif avec remise

Une urne contient 10 boules distinctes.

On tire successivement 3 boules avec remise.

- ordre important ;
- répétition possible.

Nombre de tirages :

$$10^3 = 1000$$

Bloc 10 Tableau récapitulatif

Ordre	Répétition	Nombre de possibilités
Oui	Oui	n^p
Oui	Non	$\frac{n!}{(n-p)!}$
Non	Non	$\binom{n}{p}$
Tous utilisés	Non	$n!$

À retenir

L'ordre compte ?

Oui \Rightarrow Arrangements ou p -uplets

Non \Rightarrow Combinaisons

Répétition possible ?

Oui $\Rightarrow n^p$

Non $\Rightarrow \frac{n!}{(n-p)!}$ ou $\binom{n}{p}$