FICHE DE RÉVISION PROBABILITÉS

Probabilités conditionnelles Arbres Indépendance

Bloc 1 Fréquence

La fréquence dun caractère dans une population est :

$$f = \frac{\text{effectif du caractère}}{\text{effectif total}}$$

Remarques :

— Une fréquence est comprise entre 0 et 1.

— Elle peut sexprimer en pourcentage.

Bloc 2 Fréquence marginale et conditionnelle

Fréquence marginale :
Fréquence dans la population totale.

Fréquence conditionnelle :
Fréquence dans une sous-population.

$$f_B(A) = \frac{\text{effectif de } A \cap B}{\text{effectif de } B}$$

Bloc 3 Probabilité conditionnelle

La probabilité de A sachant B est :

$$p_B(A) = P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

avec $P(B) \neq 0$.

On en déduit :

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B)$$

Bloc 4 Arbre de probabilités

Règle 1 : la somme des probabilités issues dun même nud vaut 1.

Règle 2 : la probabilité dun chemin est le produit des probabilités des branches.

Règle 3 : pour obtenir la probabilité dun événement, on additionne les probabilités des chemins menant à cet événement.

Bloc 5 Indépendance

Deux événements A et B sont indépendants si :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

ou encore :

$$P(A|B) = P(A)$$

Exemples et applications

Exemple 1 Tableau croisé

On interroge 100 élèves :

	Sport	Pas sport	Total
Filles	30	20	50
Garons	40	10	50
Total	70	30	100

1) Calculer la fréquence des sportifs.

$$f = \frac{70}{100} = 0,7$$

Donc 70% des élèves pratiquent un sport.

2) Parmi les filles, quelle est la fréquence des sportives ?

$$f_{\text{Filles}}(\text{Sport}) = \frac{30}{50} = 0,6$$

Donc 60% des filles pratiquent un sport.

Exemple 2 Probabilité conditionnelle

Dans une entreprise :

$$P(A) = 0,4$$

où A : ń lemployé utilise les transports ż.
On sait que :

$$P(B|A) = 0,7$$

où B : ń lemployé arrive à lheure ż.

Calculer $P(A \cap B)$.

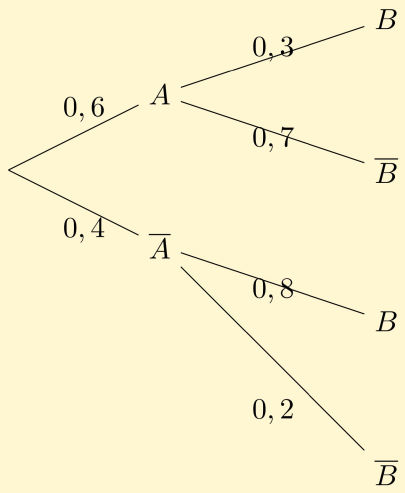
$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

$$P(A \cap B) = 0,4 \times 0,7 = 0,28$$

$$\boxed{P(A \cap B) = 0,28}$$

Exemple 3 Arbre de probabilités

On considère larbre suivant :



Calculer $P(A \cap B)$.

$$P(A \cap B) = 0,6 \times 0,3$$

$$\boxed{P(A \cap B) = 0,18}$$

Calculer $P(B)$.

$$P(B) = 0,18 + 0,32$$

$$\boxed{P(B) = 0,50}$$

Exemple 4 Indépendance

On sait que :

$$P(A) = 0,5$$

$$P(B) = 0,2$$

$$P(A \cap B) = 0,1$$

Vérifier si A et B sont indépendants.

On calcule :

$$P(A) \times P(B) = 0,5 \times 0,2 = 0,1$$

Comme :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

les événements sont indépendants.

$$\boxed{A \text{ et } B \text{ sont indépendants}}$$

Exercices rapides corrigés

Exercice 1

Dans une classe de 35 élèves, 21 pratiquent un sport.
Calculer la fréquence des sportifs.

Correction :

$$f = \frac{21}{35} = 0,6$$

$$\boxed{60\%}$$

Exercice 2

On sait que :

$$P(A) = 0,7 \quad \text{et} \quad P(B|A) = 0,4$$

Calculer $P(A \cap B)$.

Correction :

$$P(A \cap B) = 0,7 \times 0,4$$

$$\boxed{P(A \cap B) = 0,28}$$

Exercice 3

On sait que :

$$P(A) = 0,3$$

$$P(B) = 0,5$$

$$P(A \cap B) = 0,15$$

Les événements sont-ils indépendants ?

Correction :

$$P(A) \times P(B) = 0,3 \times 0,5 = 0,15$$

On trouve la même valeur que $P(A \cap B)$ donc :

$$\boxed{A \text{ et } B \text{ sont indépendants}}$$