

FICHE DE RÉVISION

Suites géométriques et exponentielle

1. Suites géométriques

Bloc 1 Définition

Une suite (u_n) est géométrique de raison q si :

$$u_{n+1} = q \times u_n$$

Interprétation :

On passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre.

Bloc 2 Terme général

Si la suite géométrique est définie à partir de u_0 :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

Si la suite est définie à partir de u_1 :

$$u_n = u_1 \times q^{n-1}$$

Bloc 3 Sens de variation

Pour une suite géométrique positive :

- si $q > 1$, la suite est croissante ;
- si $0 < q < 1$, la suite est décroissante.

2. Fonction exponentielle

Bloc 4 Fonction exponentielle de base a

Pour $a > 0$, la fonction exponentielle de base a est :

$$f(x) = a^x$$

Elle prolonge les suites géométriques aux exposants réels.

Bloc 5 Sens de variation

- Si $a > 1$, la fonction $x \mapsto a^x$ est croissante.
- Si $0 < a < 1$, la fonction est décroissante.

Bloc 6 Propriétés algébriques

Pour tous réels x et y :

$$a^x \times a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^x \times b^x = (ab)^x$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

3. Taux dévolution moyen

Bloc 7 Taux moyen

Si une grandeur subit une évolution globale de taux t pendant n périodes, alors le taux moyen par période est :

$$t_{\text{moyen}} = (1 + t)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Exemples détaillés

Exemple 1 Reconnaître une suite géométrique

On considère :

$$u_0 = 3 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 2u_n$$

Calculons les premiers termes :

$$u_1 = 2 \times 3 = 6$$

$$u_2 = 2 \times 6 = 12$$

Chaque terme est obtenu en multipliant par 2.

Donc la suite est géométrique de raison :

$$q = 2$$

Exemple 2 Calculer un terme général

Soit une suite géométrique définie par :

$$u_0 = 5 \quad \text{et} \quad q = 3$$

Alors :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

Donc :

$$\boxed{u_n = 5 \times 3^n}$$

Exemple 3 Propriétés algébriques

Simplifier :

$$2^4 \times 2^{1,5}$$

On additionne les exposants :

$$2^4 \times 2^{1,5} = 2^{4+1,5}$$

$$\boxed{2^{5,5}}$$

Exemple 4 Taux moyen

Un prix augmente de 44% en deux mois.

Déterminer le taux mensuel moyen.

Le coefficient multiplicateur global est :

$$1 + \frac{44}{100} = 1,44$$

Le taux moyen est :

$$t = (1,44)^{\frac{1}{2}} - 1$$

$$t = 1,2 - 1 = 0,2$$

Donc :

$$\boxed{20\%}$$

Exercices rapides corrigés

Exercice 1

On considère :

$$u_0 = 4 \quad \text{et} \quad q = 0,5$$

Calculer u_3 .

Correction :

$$u_n = u_0 \times q^n$$

$$u_3 = 4 \times 0,5^3$$

$$u_3 = 4 \times 0,125$$

$$\boxed{u_3 = 0,5}$$

Exercice 2

Simplifier :

$$\frac{5^7}{5^3}$$

Correction :

$$\frac{5^7}{5^3} = 5^{7-3}$$

$$\boxed{5^4}$$

Exercice 3

Une population augmente de 21% en trois ans.

Déterminer le taux annuel moyen.

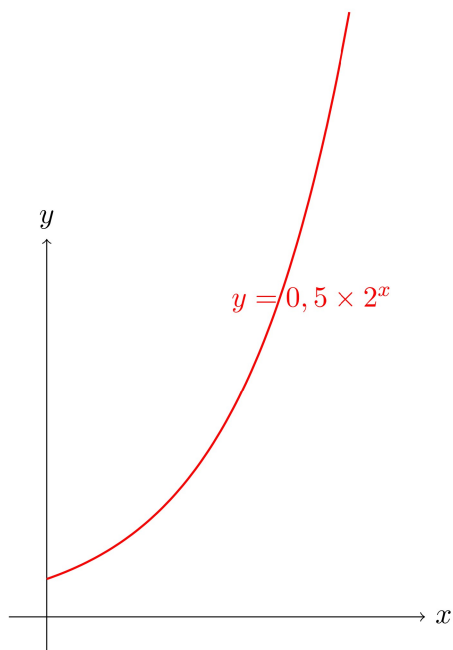
Correction :

$$t = (1,21)^{\frac{1}{3}} - 1$$

$$t \approx 1,065 - 1$$

$$\boxed{t \approx 6,5\%}$$

Graphique : croissance exponentielle



La croissance exponentielle devient de plus en plus rapide.