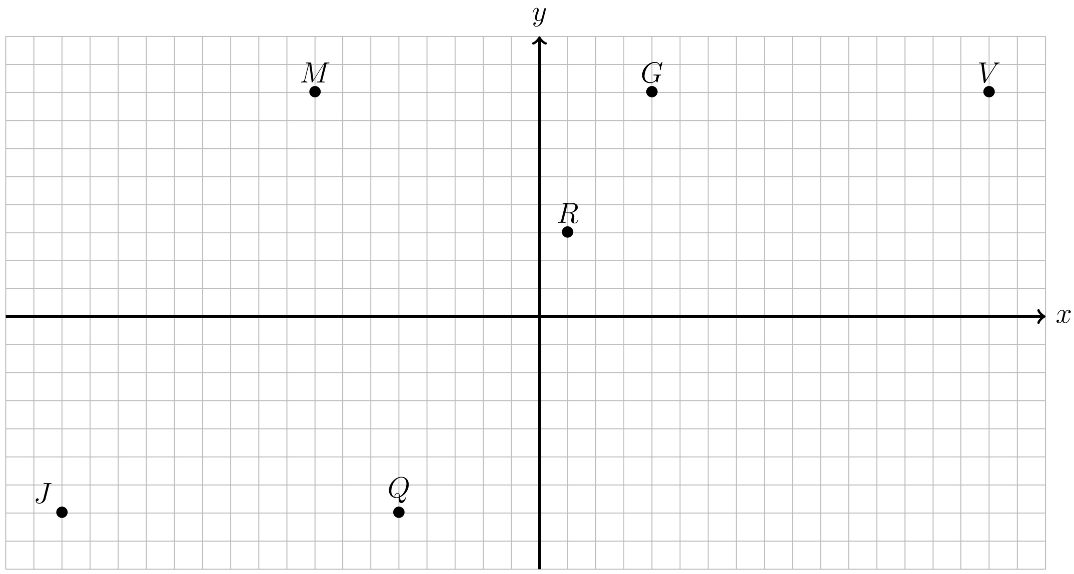
DS4 (REF-10) de MATHEMATIQUES (204)
2026

Exercice1(14pts)

On considère dans un repère orthonormé les points suivants:
$M(-8;8)$, $J(-17;-7)$, $Q(-5;-7)$, $G(4;8)$, $V(16;8)$ et $R(1;3)$.



(a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MV}$, $\overrightarrow{JQ}$, $\overrightarrow{MJ}$, $\overrightarrow{GR}$ et $\overrightarrow{MG}$. (4 pts)

Solution:
On peut déterminer ces coordonnées par deux méthodes (à vous de choisir celle qui vous convient):

• On calcule à partir des coordonnées des points:

$$\overrightarrow{MV}\begin{pmatrix} V_x - M_x \\ V_y - M_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16-1 \\ 8-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{JQ}\begin{pmatrix} Q_x - J_x \\ Q_y - J_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5-1 \\ -7-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{MJ}\begin{pmatrix} J_x - M_x \\ J_y - M_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -17-1 \\ -7-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -15 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{GR}\begin{pmatrix} R_x - G_x \\ R_y - G_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-1 \\ 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

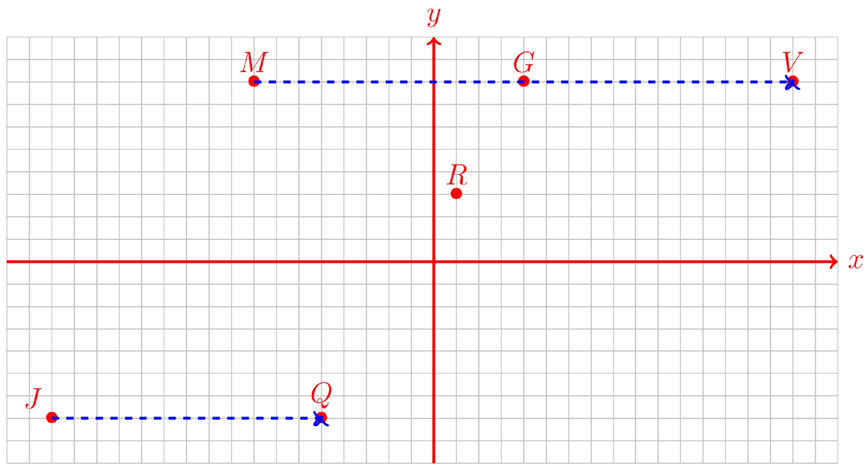
$$\overrightarrow{MG}\begin{pmatrix} G_x - M_x \\ G_y - M_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-1 \\ 8-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \end{pmatrix}$$

• Plus simplement, on lit directement sur le graphique:

◇ Le vecteur $\overrightarrow{MV}$: pour aller de M vers V on se déplace de 24 unités horizontalement puis de 0 unités verticalement donc $\overrightarrow{MV}\begin{pmatrix} 24 \\ 0 \end{pmatrix}$.

◇ Le vecteur $\overrightarrow{JQ}$: pour aller de J vers Q on se déplace de 12 unités horizontalement puis de 0 unités verticalement donc $\overrightarrow{JQ}\begin{pmatrix}12\\0\end{pmatrix}$

◇ ...



(b) Pour chacun des déterminants suivant, calculer leur valeur exacte: (4 pts)

$det(\overrightarrow{MV}, \overrightarrow{JQ})$

$det(\overrightarrow{MJ}, \overrightarrow{GR})$

$det(\overrightarrow{MG}, \overrightarrow{MJ})$

Solution:

• On a déterminé les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MV}\begin{pmatrix}24\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{JQ}\begin{pmatrix}12\\0\end{pmatrix}$ donc $det(\overrightarrow{MV}, \overrightarrow{JQ}) = 24 \times 1 - 1 \times 1 = 0$.

• On a déterminé les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MJ}\begin{pmatrix}-9\\-15\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{GR}\begin{pmatrix}-3\\-5\end{pmatrix}$ donc $det(\overrightarrow{MJ}, \overrightarrow{GR}) = -9 \times 1 - 1 \times 1 = 0$.

• On a déterminé les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MG}\begin{pmatrix}12\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MJ}\begin{pmatrix}-9\\-15\end{pmatrix}$ donc $det(\overrightarrow{MG}, \overrightarrow{MJ}) = 12 \times 1 - 1 \times 1 = -180$.

(c) i. Utiliser les calculs précédent pour montrer d'une part que les droites (MV) et (JQ) sont parallèles et que d'autre part les droites (MJ) et (GR) sont parallèles. (2 pts)

Solution:

• On a montré que $det(\overrightarrow{MV}, \overrightarrow{JQ}) = 0$ donc d'après le cours, les vecteurs $\overrightarrow{MV}$ et $\overrightarrow{JQ}$ sont colinéaires. Par conséquent $(MV)//(JQ)$

• On a aussi montré que $det(\overrightarrow{MJ}, \overrightarrow{GR}) = 0$ donc d'après le cours, les vecteurs $\overrightarrow{MJ}$ et $\overrightarrow{GR}$ sont colinéaires. Par conséquent $(MJ)//(GR)$

ii. Montrer que qu'il existe un réel k que l'on déterminera tel que $\overrightarrow{MV} = k\ \overrightarrow{MG}$ puis en déduire que les points M, G et V sont alignés. (2 pts)

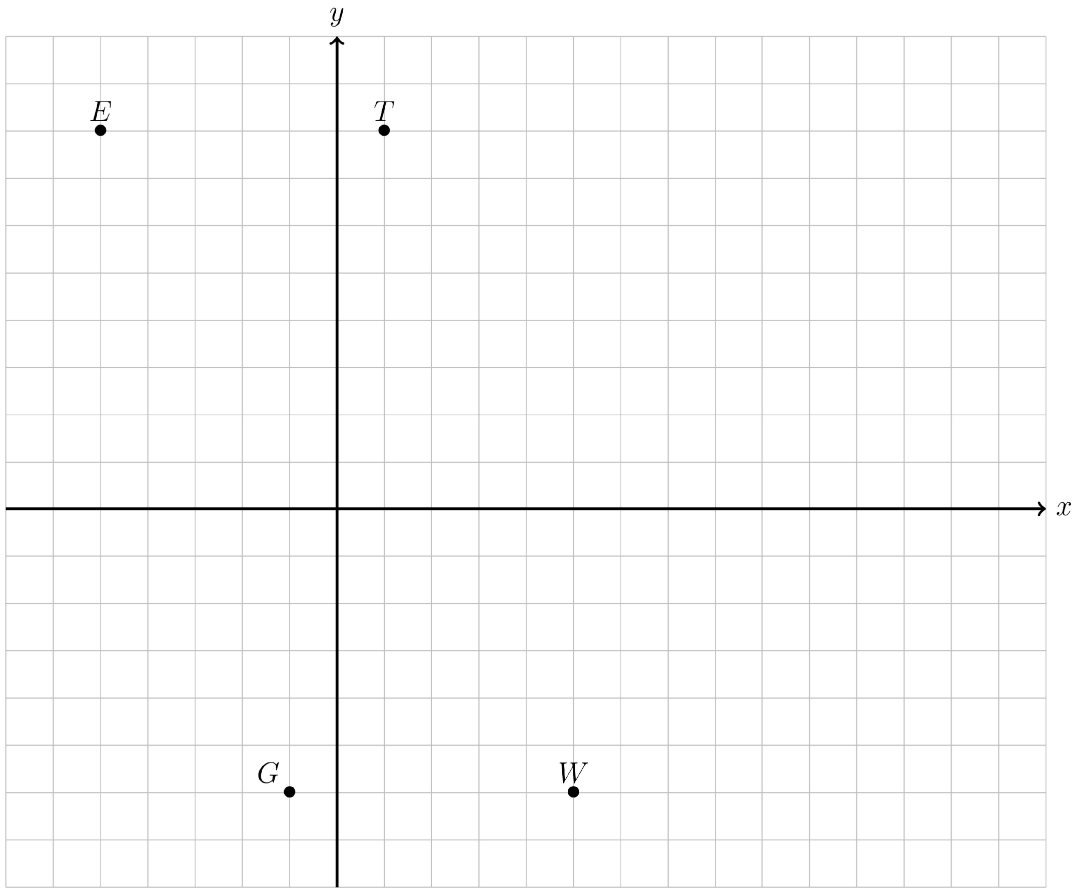
Solution:
$\overrightarrow{MV}\begin{pmatrix} 24 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MG}\begin{pmatrix} 12 \\ 0 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{MV} = 2\ \overrightarrow{MG}$ $(k = 2)$.
On en déduit que les points M, G et V sont alignés.

iii. Montrer que qu'il existe un réel t que l'on déterminera tel que $\overrightarrow{GQ} = t\ \overrightarrow{GR}$ puis en déduire que les points G, R et Q sont alignés. (2 pts)

Solution:
$\overrightarrow{GQ}\begin{pmatrix} -9 \\ -15 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{GR}\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{GQ} = 3\overrightarrow{GR}$ $(t = 3)$.
On en déduit que les points G, R et Q sont alignés.

Exercice2(4pts)

On considère dans un repère orthonormé les points suivants:
$E(-5; 8)$, $G(-1; -6)$, $W(5; -6)$, $T(1; 8)$, $M(13; 8)$ et $V(3; 1)$.



(a) Montrer que le quadrilatère $ETWG$ est un parallèlogramme. (2 pts)

Solution:
D'aprs le cours, $ETWG$ est un parallèlogramme
si et seulement si $\overrightarrow{ET} = \overrightarrow{GW}$.
On a $\overrightarrow{ET} \begin{pmatrix} T_x - E_x \\ T_y - E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-1 \\ 8-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$
et $\overrightarrow{GW} \begin{pmatrix} W_x - G_x \\ W_y - G_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5-1 \\ -6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$.
On a bien $\overrightarrow{ET} = \overrightarrow{GW}$, donc $ETWG$ est un parallèlogramme.

(b) Calculer l'aire du parallèlogramme $ETWG$ (2 pts)

Solution:
D'après le cours, l'aire du parallèlogramme $ETWG$
est égal à $|det(\overrightarrow{ET}, \overrightarrow{EG})|$.
On a déjà calculé les coordonnées de $\overrightarrow{ET} \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix} G_x - E_x \\ G_y - E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1-1 \\ -6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -14 \end{pmatrix}$.
Donc $|det(\overrightarrow{ET}\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \overrightarrow{EG}\begin{pmatrix} 4 \\ -14 \end{pmatrix})|$
$= |6 \times 1 - 1 \times 1| = |-84|$
$= 84$ unité d'aire.

Exercice3(9pts)

Partie A

(a) Quel est le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 5 % (1 pts)

Solution:
$1,05$

(b) A quelle baisse en pourcentage correspond la multiplication d'une quantité par $0,94$. (1 pts)

Solution:
-6%

Partie B

(a) La TVA sur les biens et services s'élève à 20 %. (1 pts)
Montrer que le coefficient multiplicateur associé est égal à $1,2$?

Solution:
Le coefficient multiplicateur est
$CM = 1 + \frac{T}{100} = 1 + \frac{20}{100} = 1,2$

(b) Déterminer le prix TVA incluse d'une armoire dont le prix hors TVA est de 590 euros. (3 pts)

Solution:

$$V_I = 590 \xrightarrow{\times 1,2} V_F = ?$$

$V_F = 590 \times 1,2 = 708$ euros.

(c) Déterminer le prix hors taxe d'un canapé dont le prix affiché en magasin est de 876 euros. (3 pts)

Solution: Il s'agit d'une évolution réciproque:

$$V_I = \ ? \quad \underset{\div 1,2}{\overset{\times\ 1,2}{\rightleftarrows}} \quad V_F = \ 876$$

$V_I = V_F \div 1,2 = 876 \div 1,2 = 730$ euros.

Exercice4(10pts)

Partie A

(a) Quel est le coefficient multiplicateur correspondant à une baisse de 14 % (1 pts)

Solution: Le coefficient multiplicateur est $0,86$

(b) A quelle augmentation en pourcentage correspond la multiplication d'une quantité par $1,89$. (2 pts)

Solution:
L'augmentation est de 89%.

Partie B

Un magasin décide de solder ses marchandises à -30%

(a) Quel est le coefficient multiplicateur associé? (2 pts)

Solution:
Le coefficient multiplicateur c est $c = 1 + \dfrac{-30}{100} = 0{,}7$.

(b) Calculer le prix soldé d'une armoire dont le prix avant les soldes est de 550 euros. (2 pts)

Solution:
$550 \times 0{,}7 = 385$

(c) Déterminer le prix avant les soldes d'un canapé dont le prix soldé est affiché en magasin à 511 euros. (3 pts)

Solution:
$\dfrac{511}{0.7} \approx 730$
Le prix avant les soldes était égal à 730 euros.

Nom et prénom: ____________________

Exercice5(3pts)

(a) Écrire l'intervalle correspondant à l'ensemble des nombres réels x tels que $x < -7$ (1 pts)

Solution: $]-\infty; -7[$

(b) Ecrire l'intervalle correspondant à l'ensemble des nombres réels t tels que $-9 < t \leqslant 9$. (1 pts)

Solution: $]-9; 9]$

(c) Ecrire l'intervalle correspondant à l'ensemble des nombres réels x tels que $x \geqslant -7$ (1 pts)

Solution: $[-7; +\infty[$.

Exercice6(10pts)

L'offre et la demande

Le principe de l'offre et la demande est le suivant: Si pour un produit quelconque une entreprise espère en vendre x d'unités alors,

• plus la quantité x dans la prévision de vente est grande, plus l'entreprise cherchera à fixer un prix de **vente** élevé pour maximiser ses profits (c'est l'offre).

• Mais en même temps, du côté des acheteurs plus la quantité de produit x achetés sera élevée, plus ils chercheront à négocier un prix unitaire **d'achat** le plus bas possible (c'est la demande).

Le but pour l'entreprise est alors de trouver le bon prix de vente qu'on appelle le prix d'équilibre.

On considère une entreprise qui fabrique un modèle de borne de recharge pour des véhicules électriques.

• Le prix de vente $f(x)$ d'un véhicule dépend du nombre de bornes x susceptibles d'être vendus par mois. On appelle cette fonction la fonction d'offre.

• Le prix d'achat $g(x)$ d'une borne dépend du nombre de bornes susceptibles d'être achetés par mois. On appelle cette fonction la fonction de demande.

L'entreprise détermine que les fonctions f et g sont définies par:

$f(x) = 0.02x + 300$ et $g(x) = -0.02x + 1900$

où f et g sont exprimés en euros.

(a) A quelle famille de fonctions appartiennent f et g? (1 pts)

Que peut-on alors conclure de représentation graphique?

Solution:
D'après le cours, toute fonction s'écrivant sous la forme $x \mapsto mx + p$ est appelée fonction affine.
• La fonction f est de la forme $x \mapsto mx + p$ avec $m = 0.02$ et $p = 300$, donc f est une fonction affine.
• La fonction g est de la forme $x \mapsto mx + p$ avec $m = -0.02$ et $p = 1900$, donc g est une fonction affine.
De plus, d'après le cours, la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

(b) Quel est la variation des fonctions f et g. Justifier votre réponse. (1 pts)

Solution:
• Le coefficient directeur de la droite représentant f est égal à 0.02 donc positif: f est donc croissante.
• Le coefficient directeur de la droite représentant g est égal à -0.02 donc négatif: g est donc décroissante.

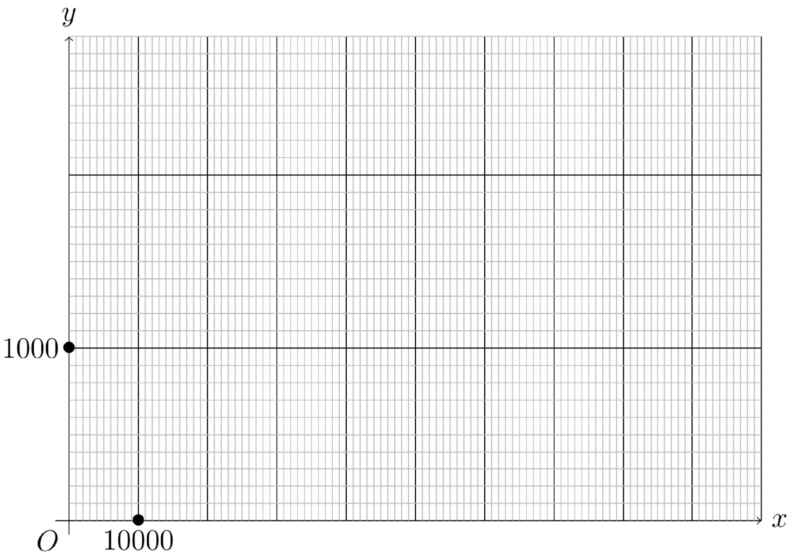
(c) Complèter le tableau de valeurs suivant: (2 pts)

x	0	50000
$f(x)$		
$g(x)$		

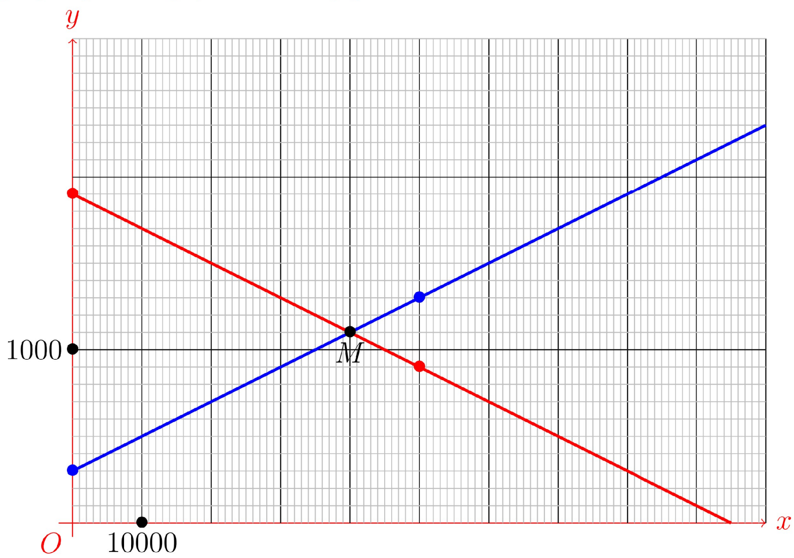
Solution:

x	0	50000
$f(x)$	300	1300
$g(x)$	1900	900

(d) En utilisant les tableaux de valeurs précédent, tracer dans le repère ci-dessous les représentations graphique des fonctions f (en bleu) et g (en rouge) avec en abscisse le nombre de bornes et en ordonnée le prix de vente d'une borne. (4 pts)



Solution:
On a vu que les représentations graphique de f et g sont des droites.
• Pour la fonction f, les points (en bleu sur le graphique) de coordonnées $(0; 300)$ et $(50000; 1300)$ permettent de dessiner la représentation graphique de f (droite bleue).
• Pour la fonction f, les points (en rouge sur le graphique) de coordonnées $(0; 1900)$ et $(50000; 900)$ permettent de dessiner la représentation graphique de g (droite rouge).



(e) Le prix d'équilibre sera le prix pour lequel l'offre et la demande seront égales. (2 pts)

Lire sur le graphique la valeur de ce prix d'équilibre. On marquera sur le graphique précédent la position du point que l'on notera M qui permet de répondre à la question.

Solution:
D'après le graphique, les deux droites se croisent au point M dont l'abscisse est $x = 40000$ et l'ordonnée 1100.
Le prix d'équilibre d'une borne sera donc atteint pour 40000 bornes vendues et est égal à 1100 euros.

Question:	1	2	3	4	5	6	Total
Points:	14	4	9	10	3	10	50
Score:							