

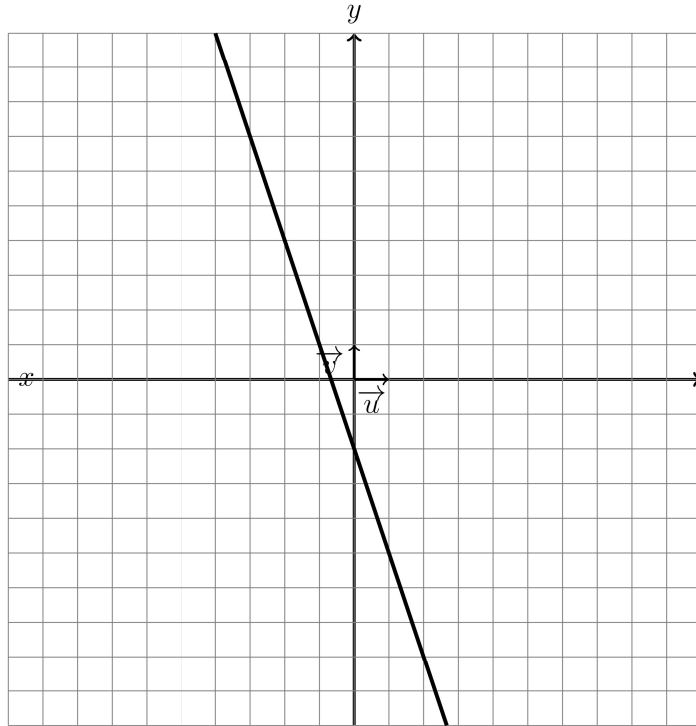
**PREPARATION DE L'EVALUATION DS 3 (1) de
MATHEMATIQUES (204)
2024**

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: _____

Exercice1(6pts)

On considère la fonction affine f dont la représentation graphique est donnée dans le repère ci-dessous:



- (a) Déterminer l'image du réel -3 par f puis placer le point correspondant sur le graphique que vous nommerez A. (1 pts)

Solution:

Le point A d'abscisse -3 de la courbe a donc pour coordonnées $A(-3; 7)$ donc $f(-3) = 7$ (voir le graphique au corrigé de la dernière question).

- (b) Déterminer l'antécédent du réel 1 par f puis placer le point correspondant sur le graphique que vous nommerez B. (1 pts)

Solution:

Le point B a pour coordonnées $B(-1; 1)$ donc l'antécédent de 1 est -1 . (voir le graphique au corrigé de la dernière question).

Nom et prénom: _____

- (c) i. Déterminer à partir du graphique l'ordonnée à l'origine de f en expliquant votre démarche. (1 pts)

Solution:

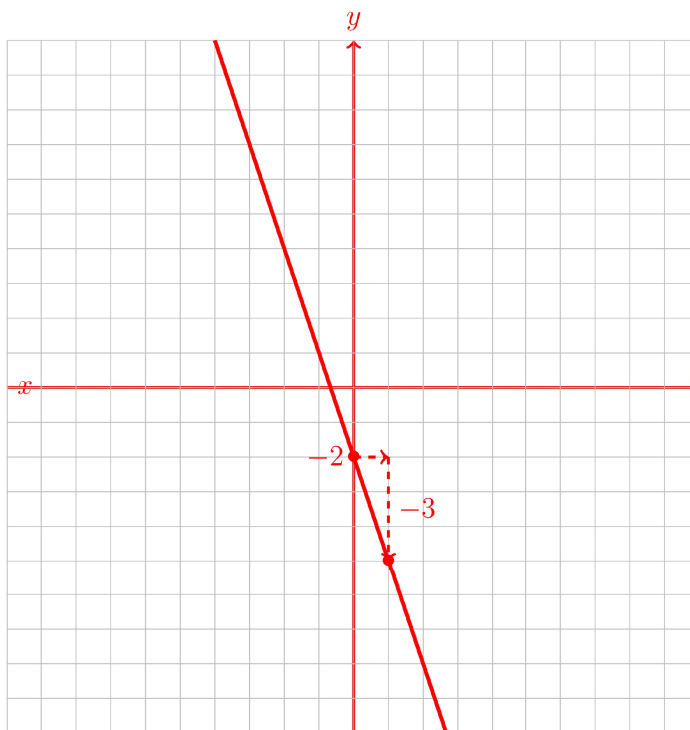
La droite représentative de f coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0; -2)$.

L'ordonnée à l'origine de f est donc $p = -2$.

- ii. Déterminer à partir du graphique le coefficient directeur de la droite représentative de la fonction f en expliquant votre démarche. (1 pts)

Solution:

En partant du point de coordonnées $(0; -2)$ et en avançant de une unité pour revenir verticalement sur la droite, on lit le coefficient directeur de la droite représentative de f : $m = -3$:



- iii. En déduire l'expression de $f(x)$. (1 pts)

Solution:

f est une fonction affine $f(x) = mx + p$ puisqu'elle a pour représentation une droite. m est le coefficient directeur de la droite et p son ordonnée à l'origine.

D'après ce qui précède $m = -3$ et $p = -2$ donc l'expression de la fonction affine f est

Nom et prénom: _____

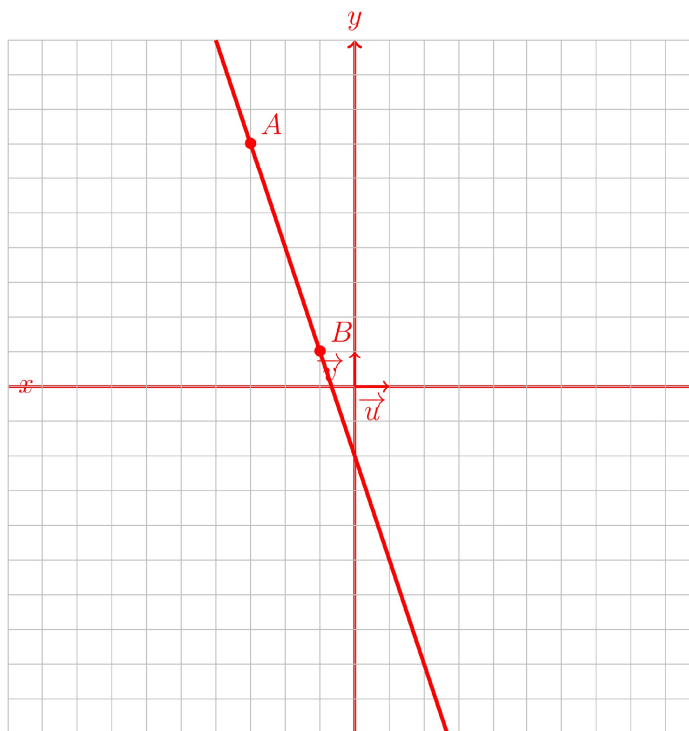
$$f(x) = -3x - 2.$$

- iv. Utiliser l'expression de f pour calculer $f\left(\frac{-8}{3}\right)$ avec votre calculatrice. (1 pts)

Solution:

$$f\left(\frac{-8}{3}\right) = -3 \times \frac{-8}{3} - 2 = 6$$

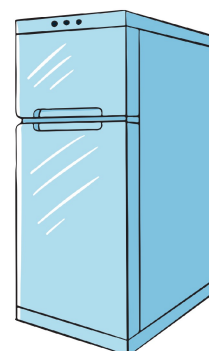
Voici enfin la figure complète:



Exercice2(10pts)

Un congélateur est débranché. Sa température intérieure (qui est la même que la température ambiante) est de 8° (degré Celsius).

Lorsqu'on le branche, la température descend de 1° toutes les dix minutes.



- (a) Exprimer la température \mathcal{T} de l'intérieur du congélateur en fonction du (2 pts)

Nom et prénom: _____

temps t (exprimé en minutes).

Solution:

A chaque minute, la température baisse de $\frac{1}{10} = 0.1^\circ$

Au bout de t minutes, la température aura alors baissé de $(0.1 \times t)$ degrés celsius.

Comme la température initiale est de 8° , après t minutes, la température dans le congélateur sera égale à:

$$8 - 0.1 \times t = -0.1t + 8$$

\mathcal{T} est donc la fonction définie par: $T : t \mapsto -0.1t + 8$

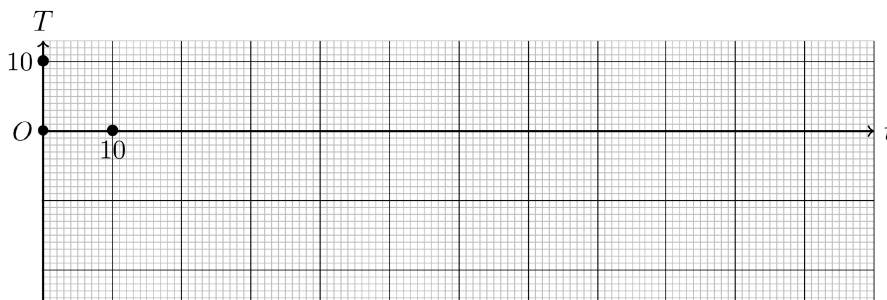
- (b) Calculer le temps mis par le congélateur pour que la température atteigne 0° Celsius. (2 pts)

Solution:

On cherche à résoudre l'équation:

$$T(t_0) = 0 \Leftrightarrow -0.1t_0 + 8 \Leftrightarrow -0.1t_0 = -8 \Leftrightarrow t_0 = \frac{-8}{-0.1} \Leftrightarrow t_0 = 80$$

- (c) Tracer dans le repère ci-dessous la représentation graphique de la fonction \mathcal{T} : (2 pts)



Solution:

\mathcal{T} est une fonction affine ($\mathcal{T} = m \times t + p$). Sa représentation graphique est donc une droite \mathcal{D} dont l'ordonnée à l'origine est $p = 8$: la droite \mathcal{D} passe donc par le point de coordonnées $(0; 8)$

De plus, d'après la question précédente, $T(80) = 0$ dont la droite \mathcal{D} passe aussi par le point de coordonnées $(80; 0)$.

D'où la représentation graphique de la fonction \mathcal{T} :

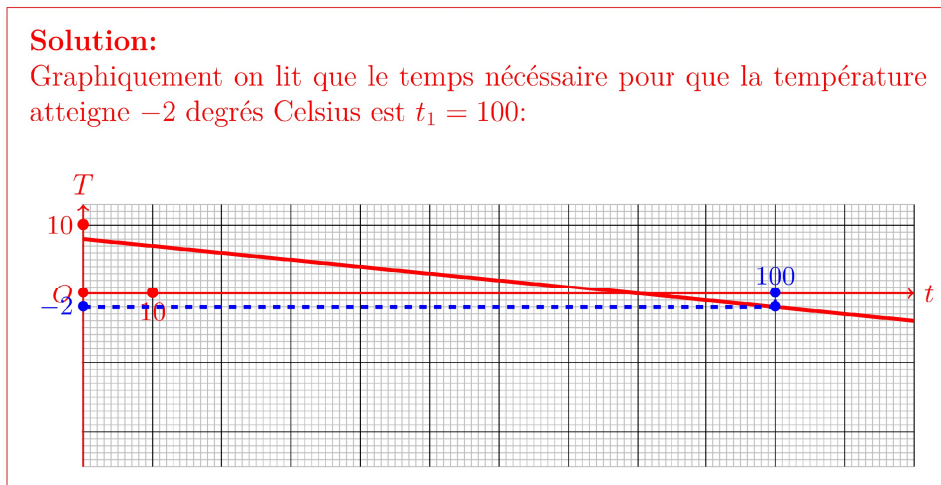


- (d) En déduire le tableau de signe de la fonction \mathcal{T} . (2 pts)

Solution:

| | | | |
|---------------------------|-----------|------|-----------|
| x | $-\infty$ | 80 | $+\infty$ |
| Signe de $\mathcal{T}(x)$ | $+$ | 0 | $-$ |

- (e) Déterminer graphiquement le temps nécessaire pour que la température atteigne -2 degrés Celsius. (2 pts)



Exercice3(5pts)

Sens de variation et tableau de signe

- (a) Dresser le tableau de variation de la fonction affine $f(x) = 5x+3$ en y plaçant le point racine R puis donner sa représentation graphique (on prendra 0,5 cm pour unité). (3 pts)

Solution:

• $5 > 0$ donc la fonction $f(x) = 5x + 3$ est CROISSANTE.

• Déterminons les coordonnées du point racine:

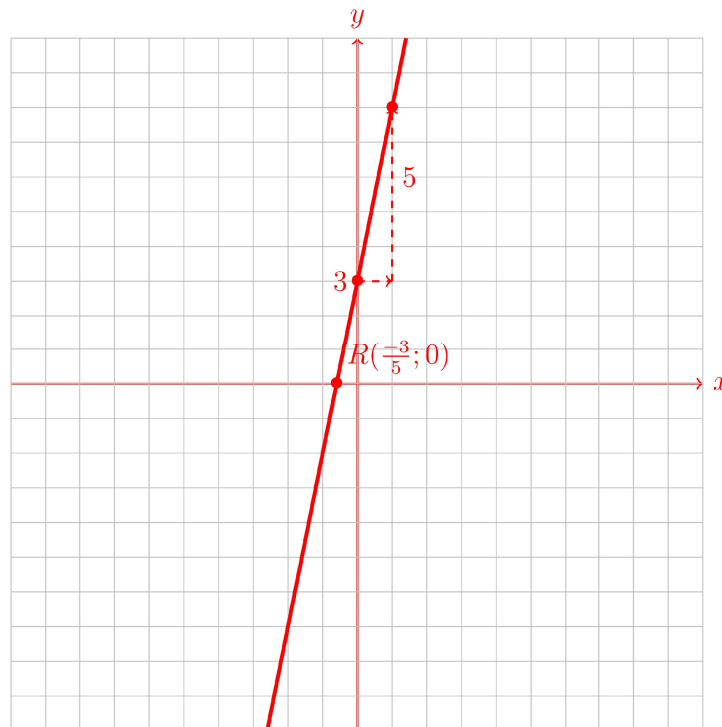
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow 5x = -3 \Leftrightarrow x = \frac{-3}{5} \Leftrightarrow x = \frac{-3}{5}$$

Le point racine a pour coordonnées $R(\frac{-3}{5}; 0)$.

• Le tableau de variation de f est:

| | | | |
|----------------------|-----------|----------------|-----------|
| x | $-\infty$ | $\frac{-3}{5}$ | $+\infty$ |
| Variations de f | | | |

• Pour obtenir la représentation graphique de la fonction f , on commence par traduire graphiquement son ordonné à l'origine $p = 3$ en plaçant le point de coordonnées $R(0; 3)$ et son coefficient directeur $m = 5$ en plaçant le point de coordonnées $S(1; 8)$:



(b) En déduire le tableau de signe de la fonction $f(x) = 5x + 3$

(2 pts)

Solution:
 D'après ce qui précède, f est négative avant $\frac{-3}{5}$ et positive après $\frac{-3}{5}$.
 Le tableau de signe de f est:

| | | | |
|--------------|-----------|----------------|-----------|
| x | $-\infty$ | $\frac{-3}{5}$ | $+\infty$ |
| Signe de f | | 0 | |

Exercice4(7pts)

Un cinéma propose deux tarifs.

- **Tarif A:** chaque entrée coûte 12 €.
- **Tarif B:** on paye un abonnement annuel de 44 € et chaque entrées ne coûte alors que 8 €.

- (a) Donner l'expression de la fonction f qui modélise le budget annuel pour le cinéma avec le tarif A et celle de la fonction g pour le tarif B. (1 pts)

Solution:
 Si x est le nombre d'entrées:
 $f(x) = 12x$ et $g(x) = 8x + 44$

- (b) Recopier sur votre copie les tableaux de valeurs de f et g suivant puis les remplir: (1 pts)

| | | | |
|--------|---|---|---|
| x | 0 | 6 | 5 |
| $f(x)$ | | | |

| | | | |
|--------|---|---|---|
| x | 0 | 6 | 5 |
| $g(x)$ | | | |

Solution:
 Pour la fonction $f : x \mapsto 12x$:

| | | | |
|--------|---|----|----|
| x | 0 | 6 | 5 |
| $f(x)$ | 0 | 72 | 60 |

Pour la fonction $g : x \mapsto 8x + 44$:

| | | | |
|--------|----|----|----|
| x | 0 | 6 | 5 |
| $g(x)$ | 44 | 92 | 84 |

- (c) Expliquer pourquoi on peut affirmer que la représentation graphique des fonctions f et g sont des droites. (1 pts)

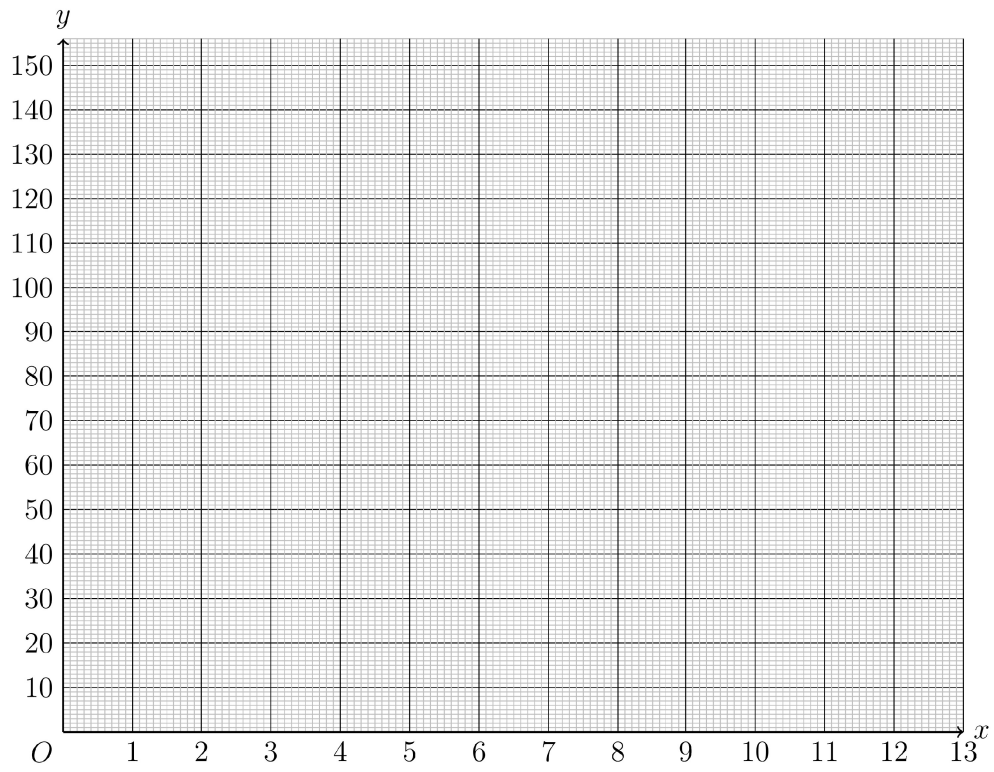
Solution:
 La fonction f est une fonction linéaire et g est une fonction affine.
 D'après le cours, leur représentation graphique est une droite.

- (d) En vous aidant du tableau de valeurs précédent, représenter les deux fonctions f et g dans le repère ci-dessous puis colorier en vert celle de f et en (1 pts)

Nom et prénom: _____

bleu celle de g.

On placera également le point d'intersection des deux droites que l'on nommera M.



Solution:

• **Pour la fonction f:**

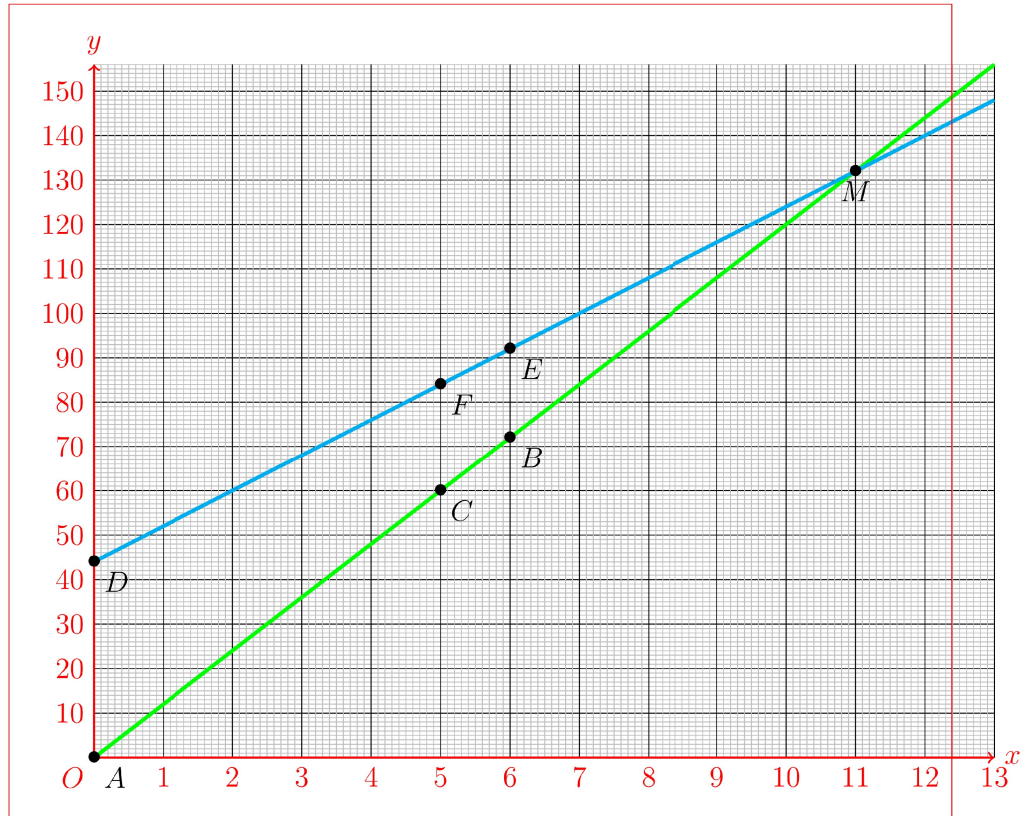
le tableau de valeurs de f permet de placer trois points de la droite représentative de la fonction f: $A(0; 0)$, $B(6; 72)$ et $C(5; 60)$

| | | | |
|------|---|----|----|
| x | 0 | 6 | 5 |
| f(x) | 0 | 72 | 60 |

• **Pour la fonction g:**

le tableau de valeurs de g permet de placer trois points de la droite représentative de la fonction g: $D(0; 44)$, $E(6; 92)$ et $F(5; 84)$

| | | | |
|------|----|----|----|
| x | 0 | 6 | 5 |
| g(x) | 44 | 92 | 84 |



- (e) Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) < g(x)$ (On donnera la réponse sous forme d'intervalle) puis interpréter le résultat sur la représentation graphique précédente. (1 pts)

Solution:

On a

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow 12x < 8x + 44 \Leftrightarrow 12x - 8x < 44 \text{ en retranchant } 8x$$

$$\Leftrightarrow (12 - 8)x < 44 \Leftrightarrow 4x < 44$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{44}{4} \text{ en divisant par } 4$$

$$\Leftrightarrow x < 11.$$

L'ensemble des solutions est l'intervalle $= [0; 11[$ (attention aux bornes de l'intervalle).

Graphiquement, on voit en effet que la droite représentant f (en vert) est en dessous de celle représentant g avant 11.

- (f) Combien faudra t-il acheter de places pendant l'année pour que le tarif B soit plus avantageux que le tarif A? Justifier votre réponse. (2 pts)

Solution:

D'après ce qui précède, pour 11 billets achetés, le prix à payer est le

Nom et prénom: _____

même pour les deux tarifs. Au delà de 11 billets achetés, le tarif B (avec l'abonnement) est plus avantageux.

Exercice5(4pts)

Exercice non préparé: problèmes à résoudre avec des équations.