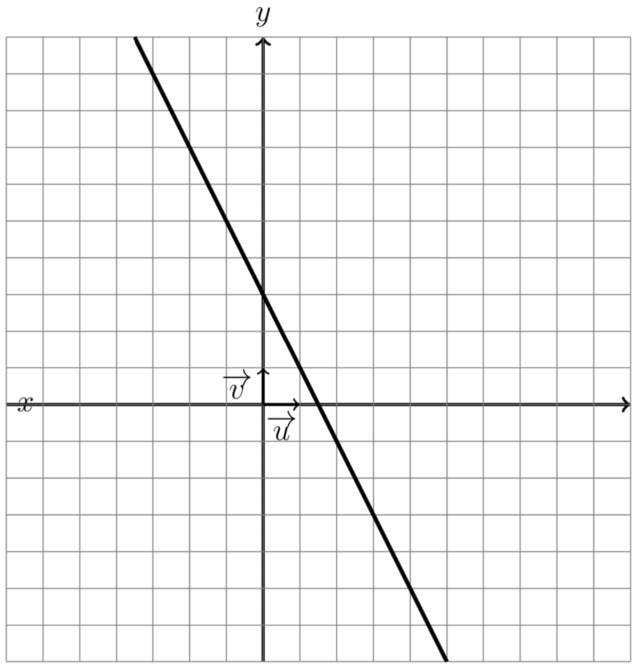
PREPARATION DE L'EVALUATION DS 3 (2) de MATHEMATIQUES (204) 2024

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: ______________________________

Exercice1(6pts)

On considère la fonction affine f dont la représentation graphique est donnée dans le repère ci-dessous:



(a) Déterminer l'image du réel 2 par f puis placer le point correspondant sur le graphique que vous nommerez A. (1 pts)

Solution:
Le point A d'abscisse 2 de la courbe a donc pour coordonnées $A(2;-1)$ donc $f(2)=-1$ (voir le graphique au corrigé de la dernière question).

(b) Déterminer l'antécédent du réel -3 par f puis placer le point correspondant sur le graphique que vous nommerez B. (1 pts)

Solution:
Le point B a pour coordonnées $B(3;-3)$ donc l'antécédent de -3 est 3. (voir le graphique au corrigé de la dernière question).

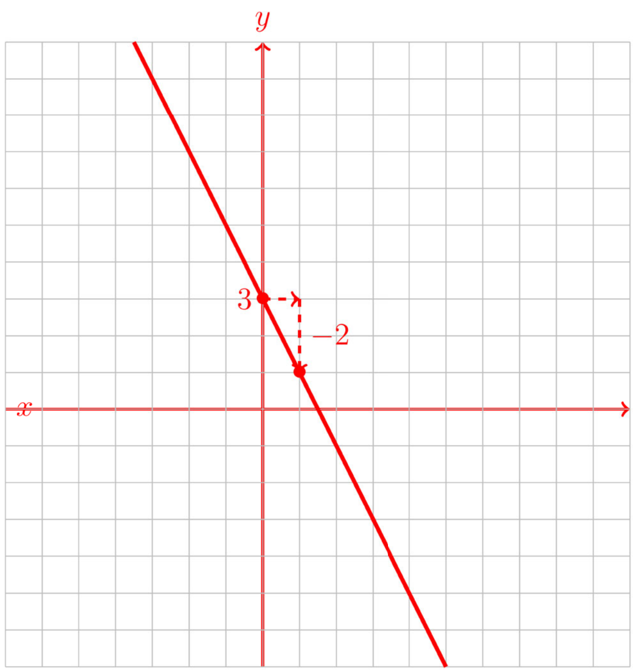
Nom et prénom: ________________________________

(c) i. Déterminer à partir du graphique l'ordonnée à l'origine de f en expliquant votre démarche. (1 pts)

Solution:
La droite représentative de f coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0;3)$.
L'ordonnée à l'origine de f est donc $p = 3$.

ii. Déterminer à partir du graphique le coefficient directeur de la droite représentative de la fonction f en expliquant votre démarche. (1 pts)

Solution:
En partant du point de coordonnées $(0;3)$ et en avançant de une unité pour revenir verticalement sur la droite, on lit le coefficient directeur de la droite représentative de f: $m = -2$:



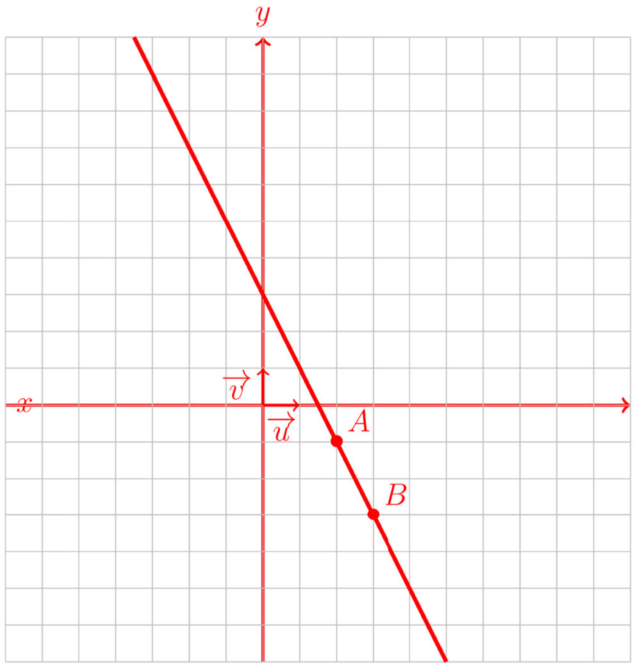
iii. En déduire l'expression de f(x). (1 pts)

Solution:
f est une fonction affine $f(x) = mx + p$ puisqu'elle a pour représentation une droite. m est le coefficient directeur de la droite et p son ordonnée à l'origine.
D'après ce qui précède $m = -2$ et $p = 3$ donc l'expression de la fonction affine f est
$f(x) = -2x + 3$.

iv. Utiliser l'expression de f pour calculer $f(\frac{7}{3})$ avec votre calculatrice. (1 pts)

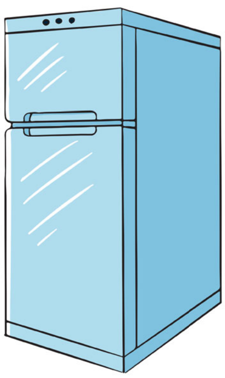
Nom et prénom: ____________________

Solution:
$f(\frac{7}{3}) = -2 \times \frac{7}{3} + 3 = \frac{-5}{3}$
Voici enfin la figure complète:



Exercice2(10pts)

Un congélateur est débranché. Sa température intérieure (qui est la même que la température ambiante) est de 40° (degré Celsius).
Lorsqu'on le branche, la température descend de 5° toutes les dix minutes.



(a) Exprimer la température $\mathcal{T}$ de l'intérieur du congélateur en fonction du temps t (exprimé en minutes). (2 pts)

Solution:
A chaque minute, la température baisse de $\dfrac{5}{10} = 0.5°$
Au bout de t minutes, la température aura alors baissé de $(0.5 \times t)$ degrés celsius.

Nom et prénom: ____________________

Comme la température initiale est de 40°, après t minutes, la température dans le congélateur sera égale à:

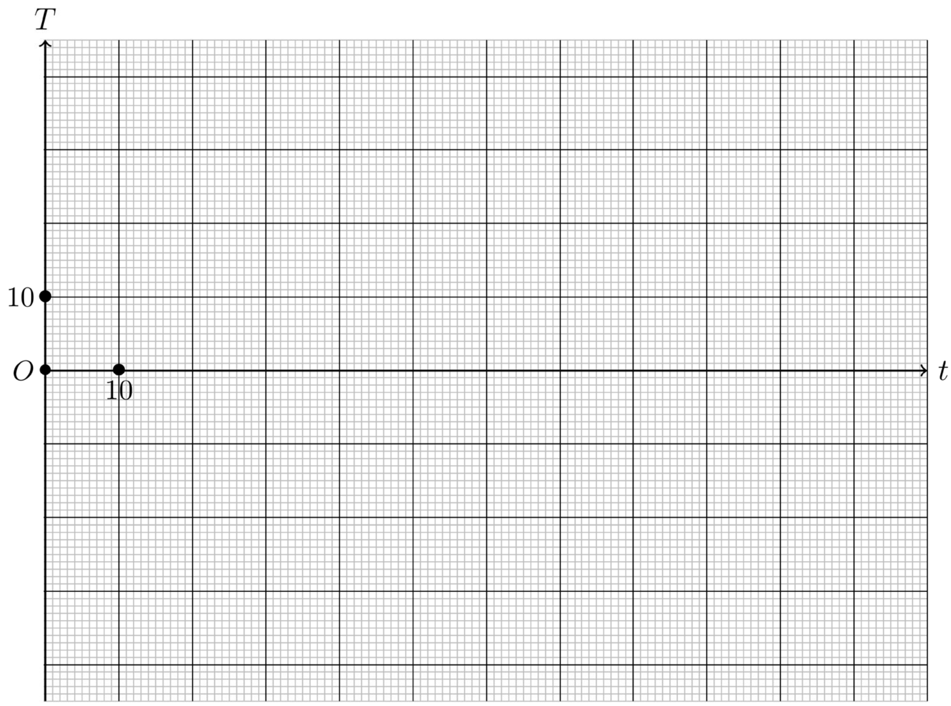
$$40 - 0.5 \times t = -0.5t + 40$$

$\mathcal{T}$ est donc la fonction définie par: $T : t \mapsto -0.5t + 40$

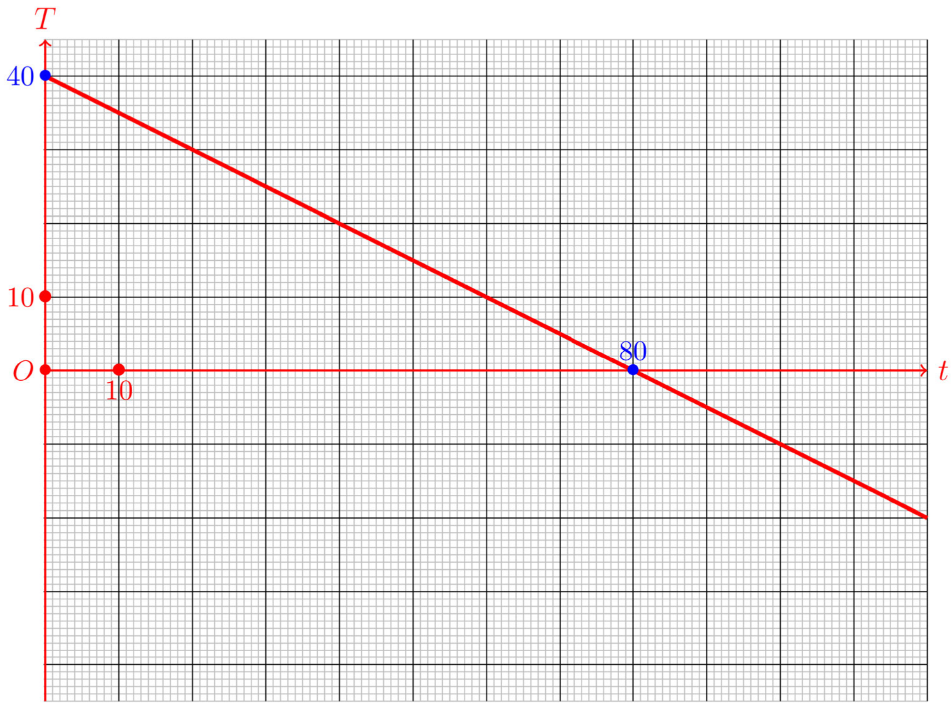
(b) Calculer le temps mis par le congélateur pour que la température atteigne 0° Celsius. (2 pts)

Solution:
On cherche à résoudre l'équation:
$T(t_0) = 0 \Leftrightarrow -0.5t_0 + 40 \Leftrightarrow -0.5t_0 = -40 \Leftrightarrow t_0 = \dfrac{-40}{-0.5} \Leftrightarrow t_0 = 80$

(c) Tracer dans le repère ci-dessous la représentation graphique de la fonction $\mathcal{T}$: (2 pts)



Solution:
$\mathcal{T}$ est une fonction affine ($\mathcal{T} = m \times t + p$). Sa représentation graphique est donc une droite $\mathcal{D}$ dont l'ordonnée à l'origine est $p = 40$: la droite $\mathcal{D}$ passe donc par le point de coordonnées $(0; 40)$
De plus, d'après la question précédente, $T(80) = 0$ dont la droite $\mathcal{D}$ passe aussi par le point de coordonnées $(80; 0)$.
D'où la représentation graphique de la fonction $\mathcal{T}$:



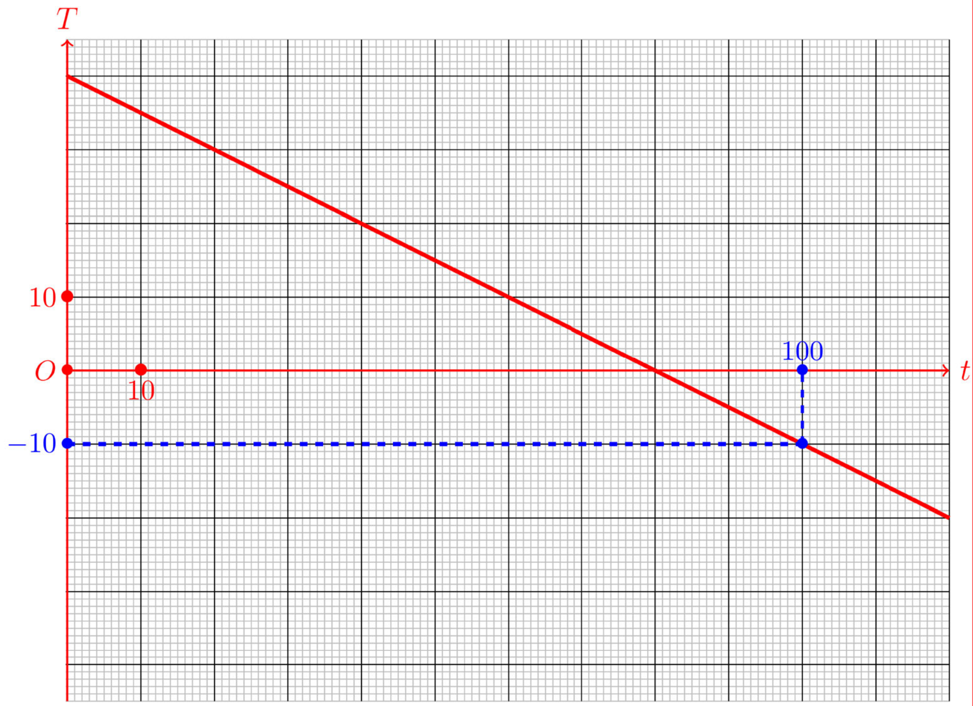
(d) En déduire le tableau de signe de la fonction $\mathcal{T}$. (2 pts)

Solution:

x	$-\infty$		80		$+\infty$
Signe de $\mathcal{T}(x)$		$+$	0	$-$	

(e) Déterminer graphiquement le temps nécéssaire pour que la température atteigne -10 degrés Celsius. (2 pts)

Solution:
Graphiquement on lit que le temps nécéssaire pour que la température atteigne -10 degrés Celsius est $t_1 = 100$:



Exercice3(5pts)

Sens de variation et tableau de signe

(a) Dresser le tableau de variation de la fonction affine $f(x) = -4x - 5$ en y plaçant le point racine R puis donner sa représentation graphique (on prendra 0,5 cm pour unité). (3 pts)

Solution:

• $-4 < 0$ donc la fonction $f(x) = -4x - 5$ est DÉCROISSANTE.

• Déterminons les coordonnées du point racine:

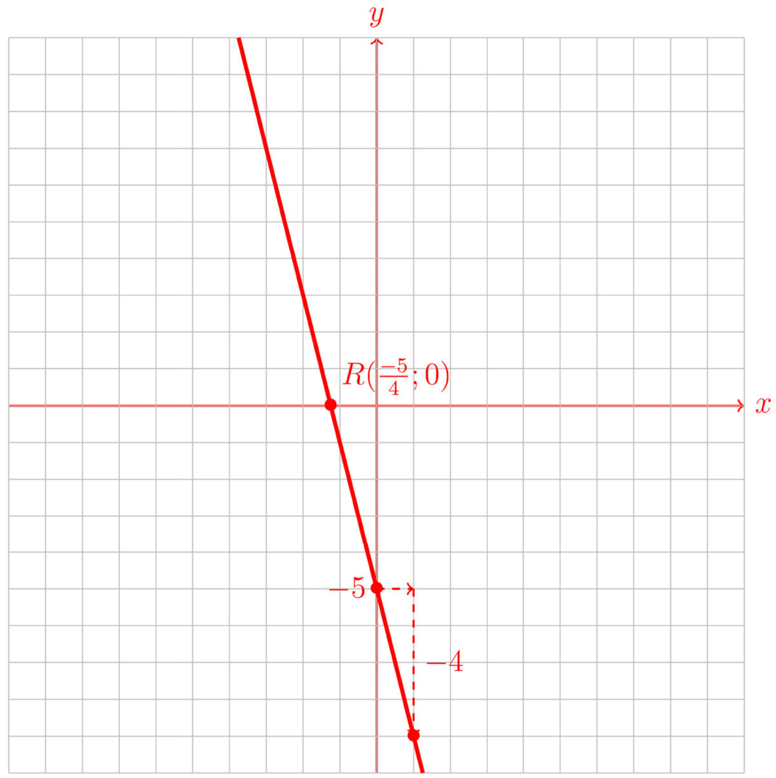
$f(x) = 0 \Leftrightarrow -4x - 5 = 0 \Leftrightarrow -4x = 5 \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{-4} \Leftrightarrow x = \frac{-5}{4}$

Le point racine a pour coordonnées $R(\frac{-5}{4}; 0)$.

• Le tableau de variation de f est:

x	$-\infty$	$\frac{-5}{4}$	$+\infty$
Variations de f	$\searrow$	0	$\searrow$

• Pour obtenir la représentation graphique de la fonction f, on commence par traduire graphiquement son ordonné à l'origine $p = -5$ en plaçant le point de coordonnées $R(0;-5)$ et son coefficient directeur $m=-4$ en plaçant le point de coordonnées $S(1;-9)$:



(b) En déduire le tableau de signe de la fonction $f(x)=-4x-5$ (2 pts)

Solution:
D'après ce qui précède, f est positive avant $\frac{-5}{4}$ et négative après $\frac{-5}{4}$.
Le tableau de signe de f est:

x	$-\infty$		$\frac{-5}{4}$		$+\infty$
Signe de f		$+$	0	$-$	

Exercice4(7pts)

Un cinéma propose deux tarifs.
• **Tarif A:** chaque entrée coûte 12 €.
• **Tarif B:** on paye un abonnement annuel de 66 € et chaque entrées ne coûte alors que 6 €.

(a) Donner l'expression de la fonction f qui modélise le budget annuel pour le cinéma avec le tarif A et celle de la fonction g pour le tarif B. (1 pts)

Solution:
Si x est le nombre d'entrées:
$f(x) = 12x$ et $g(x) = 6x + 66$

(b) Recopier sur votre copie les tableaux de valeurs de f et g suivant puis les remplir: (1 pts)

x	0	4	2
f(x)			

x	0	4	2
g(x)			

Solution:
Pour la fonction $f : x \mapsto 12x$:

x	0	4	2
f(x)	0	48	24

.

Pour la fonction $g : x \mapsto 6x + 66$:

x	0	4	2
g(x)	66	90	78

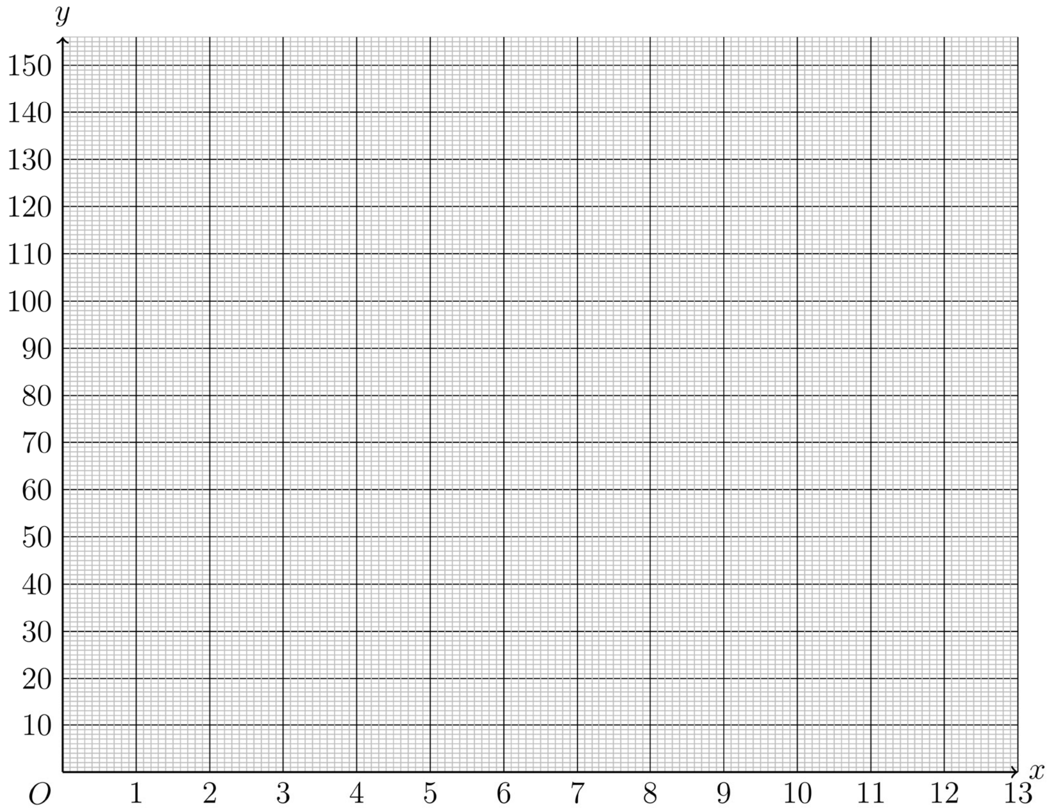
.

(c) Expliquer pourquoi on peut affirmer que la représentation graphique des fonctions f et g sont des droites. (1 pts)

Solution:
La fonction f est une fonction linéaire et g est une fonction affine.
D'après le cours, leur représentation graphique est une droite.

(d) En vous aidant du tableau de valeurs précédent, représenter les deux fonctions f et g dans le repère ci-dessous puis colorier en vert celle de f et en bleu celle de g. (1 pts)
On placera également le point d'intersection des deux droites que l'on nommera M.

Nom et prénom: ____________________



Solution:

• **Pour la fonction f:**

le tableau de valeurs de f permet de placer trois points de la droite représentative de la fonction f: $A(0;0)$, $B(4;48)$ et $C(2;24)$

x	0	4	2
f(x)	0	48	24

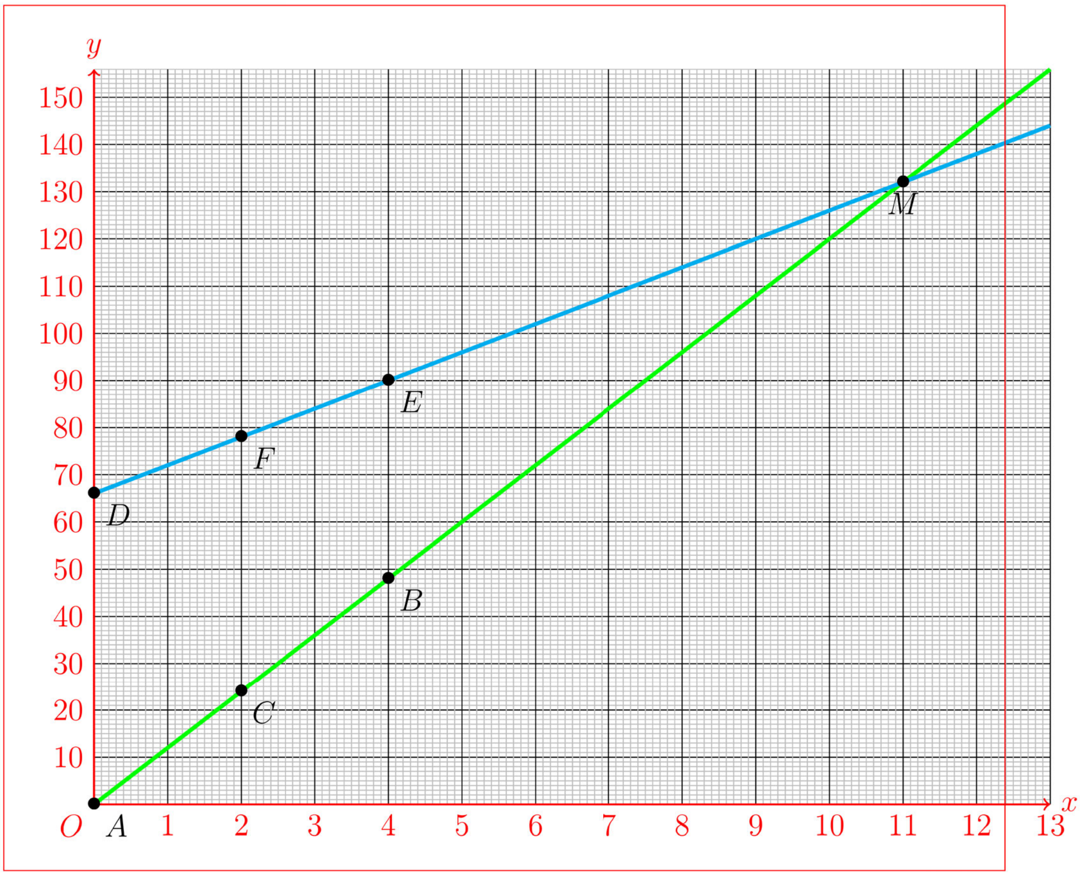
.

• **Pour la fonction g:**

le tableau de valeurs de g permet de placer trois points de la droite représentative de la fonction f: $D(0;66)$, $E(4;90)$ et $F(2;78)$

x	0	4	2
g(x)	66	90	78

.



(e) Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) < g(x)$ (On donnera la réponse sous forme d'intervalle) puis interpréter le résultat sur la représentation graphique précédente. (1 pts)

Solution:
On a
$f(x) < g(x) \Leftrightarrow 12x < 6x + 66 \Leftrightarrow 12x - 6x < 66$ en retranchant $6x$
$\Leftrightarrow (12-6)x < 66 \Leftrightarrow 6x < 66$
$\Leftrightarrow x < \dfrac{66}{6}$ en divisant par 6
$\Leftrightarrow x < 11.$
L'ensemble des solutions est l'intervalle $= [0; 11[$ (attention aux bornes de l'intervalle).
Graphiquement, on voit en effet que la droite représentant f (en vert) est en dessous de celle représentant g avant 11.

(f) Combien faudra t-il acheter de places pendant l'année pour que le tarif B soit plus avantageux que le tarif A?
Justifier votre réponse. (2 pts)

Solution:
D'après ce qui précède, pour 11 billets achetés, le prix à payer est le

même pour les deux tarifs. Au delà de 11 billets achetés, le tarif B (avec l'abonnement) est plus avantageux.

Exercice5(4pts)

Exercice non préparé: problèmes à résoudre avec des équations.