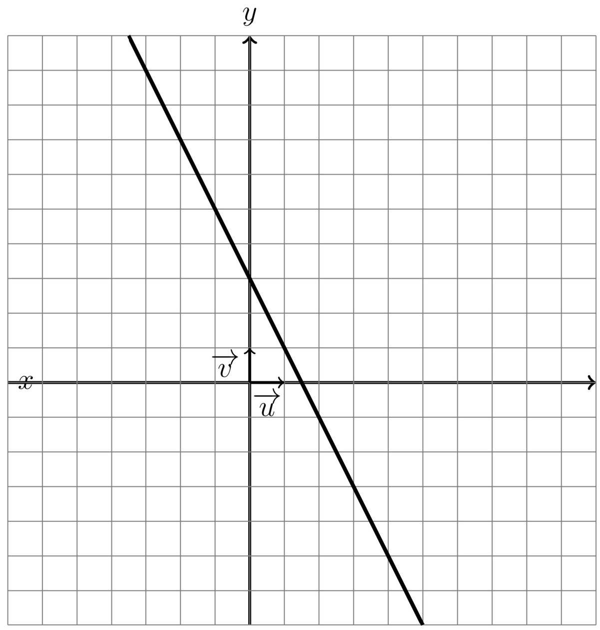
DS 3 (20) de MATHEMATIQUES (204)
2025

La calculatrice est AUTORISEE

Nom et prénom: ______________________________

Exercice1(6pts)

On considère la fonction affine f dont la représentation graphique est donnée dans le repère ci-dessous:



(a) Déterminer l'image du réel 2 par f puis placer le point correspondant sur le graphique que vous nommerez A. (1 pts)

Solution:
Le point A d'abscisse 2 de la courbe a donc pour coordonnées $A(2; -1)$ donc $f(2) = -1$ (voir le graphique au corrigé de la dernière question).

(b) Déterminer l'antécédent du réel -5 par f puis placer le point correspondant sur le graphique que vous nommerez B. (1 pts)

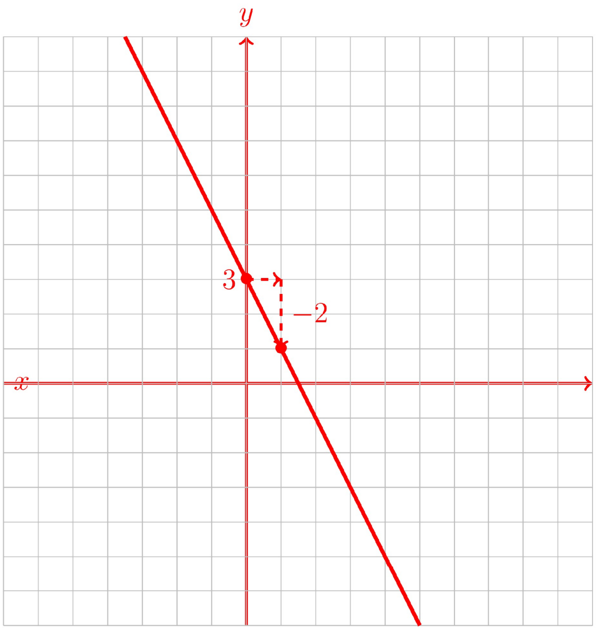
Solution:
Le point B a pour coordonnées $B(4; -5)$ donc l'antécédent de -5 est 4. (voir le graphique au corrigé de la dernière question).

(c) i. Déterminer à partir du graphique l'ordonnée à l'origine de f en expliquant votre démarche. (1 pts)

Solution:
La droite représentative de f coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0;3)$.
L'ordonnée à l'origine de f est donc $p = 3$.

ii. Déterminer à partir du graphique le coefficient directeur de la droite représentative de la fonction f en expliquant votre démarche. (1 pts)

Solution:
En partant du point de coordonnées $(0;3)$ et en avançant de une unité pour revenir verticalement sur la droite, on lit le coefficient directeur de la droite représentative de f: $m = -2$:

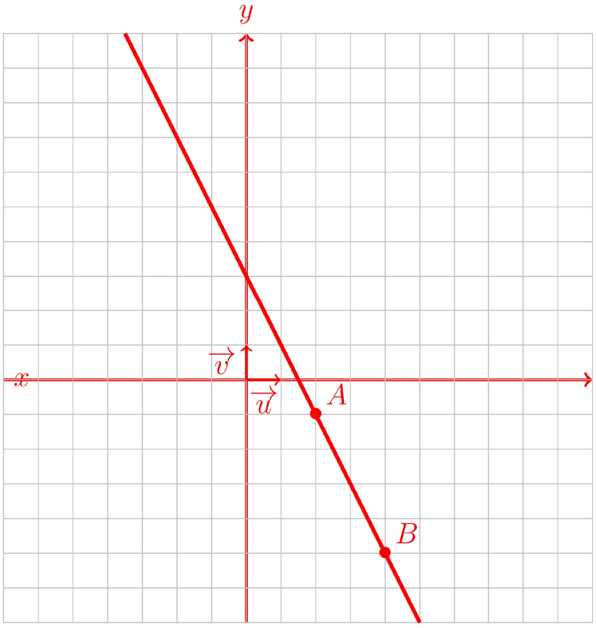


iii. En déduire l'expression de f(x). (1 pts)

Solution:
f est une fonction affine $f(x) = mx + p$ puisqu'elle a pour représentation une droite. m est le coefficient directeur de la droite et p son ordonnée à l'origine.
D'après ce qui précède $m = -2$ et $p = 3$ donc l'expression de la fonction affine f est
$f(x) = -2x + 3$.

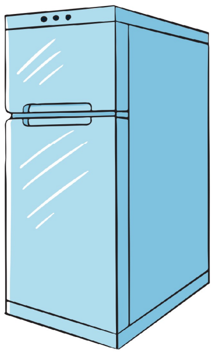
iv. Utiliser l'expression de f pour calculer $f(\frac{11}{3})$ avec votre calculatrice. (1 pts)

Solution:
$f(\frac{11}{3}) = -2 \times \frac{11}{3} + 3 = \frac{-13}{3}$
Voici enfin la figure complète:



Exercice2(10pts)

Un congélateur est débranché. Sa température intérieure (qui est la même que la température ambiante) est de 20° (degré Celsius).
Lorsqu'on le branche, la température descend de 4° toutes les dix minutes.



(a) Exprimer la température $\mathcal{T}$ de l'intérieur du congélateur en fonction du temps t (exprimé en minutes). (2 pts)

Solution:
A chaque minute, la température baisse de $\dfrac{4}{10} = 0.4°$
Au bout de t minutes, la température aura alors baissé de $(0.4 \times t)$ degrés celsius.

Comme la température initiale est de 20°, après t minutes, la température dans le congélateur sera égale à:

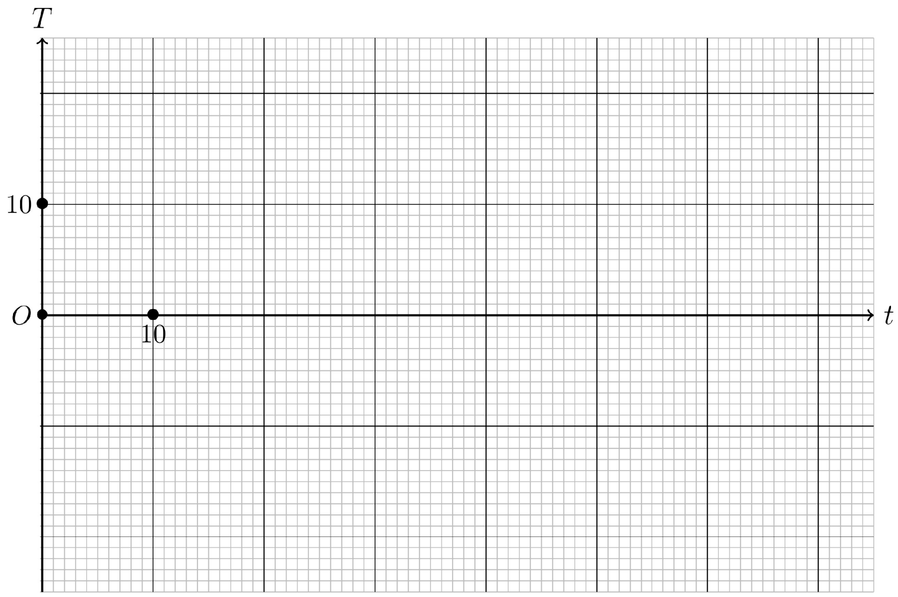
$$20 - 0.4 \times t = -0.4t + 20$$

$\mathcal{T}$ est donc la fonction définie par: $T : t \mapsto -0.4t + 20$

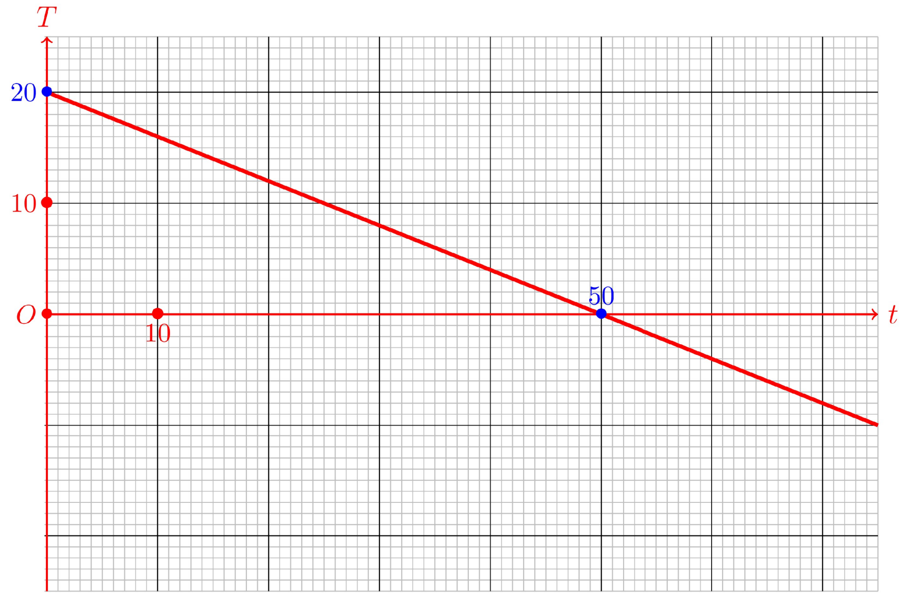
(b) Calculer le temps mis par le congélateur pour que la température atteigne 0° Celsius. (2 pts)

Solution:
On cherche à résoudre l'équation:
$T(t_0) = 0 \Leftrightarrow -0.4t_0 + 20 \Leftrightarrow -0.4t_0 = -20 \Leftrightarrow t_0 = \dfrac{-20}{-0.4} \Leftrightarrow t_0 = 50$

(c) Tracer dans le repère ci-dessous la représentation graphique de la fonction $\mathcal{T}$: (2 pts)



Solution:
$\mathcal{T}$ est une fonction affine ($\mathcal{T} = m \times t + p$). Sa représentation graphique est donc une droite $\mathcal{D}$ dont l'ordonnée à l'origine est $p = 20$: la droite $\mathcal{D}$ passe donc par le point de coordonnées $(0; 20)$
De plus, d'après la question précédente, $T(50) = 0$ dont la droite $\mathcal{D}$ passe aussi par le point de coordonnées $(50; 0)$.
D'où la représentation graphique de la fonction $\mathcal{T}$:



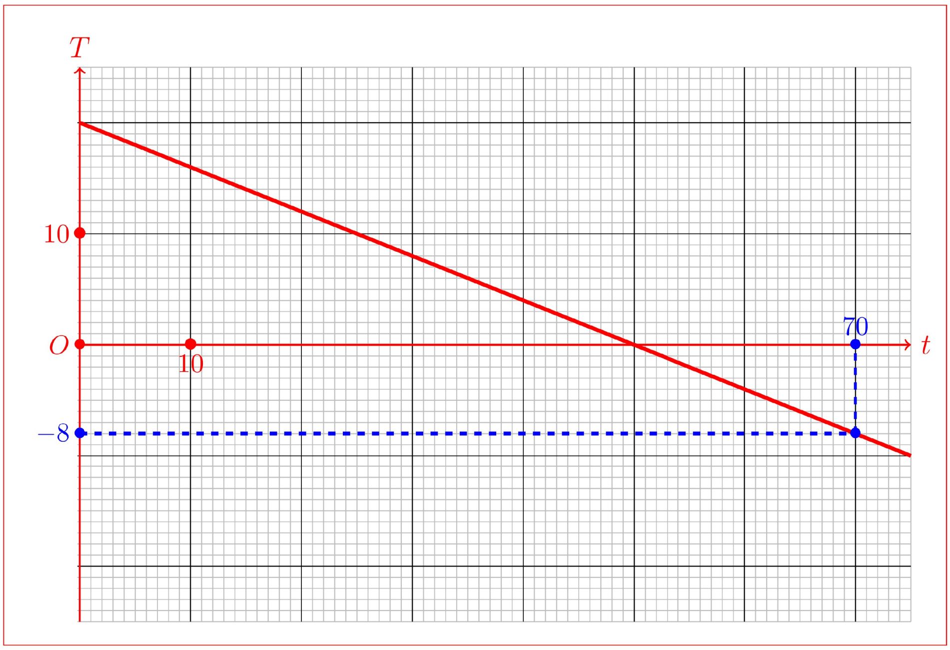
(d) En déduire le tableau de signe de la fonction $\mathcal{T}$. (2 pts)

Solution:

x	$-\infty$		50		$+\infty$
Signe de $\mathcal{T}(x)$		$+$	0	$-$	

(e) Déterminer graphiquement le temps nécessaire pour que la température atteigne -8 degrés Celsius. (2 pts)

Solution:
Graphiquement on lit que le temps nécéssaire pour que la température atteigne -8 degrés Celsius est $t_1 = 70$:



Exercice3(5pts)

Sens de variation et tableau de signe

(a) Dresser le tableau de variation de la fonction affine $f(x) = -3x + 2$ en y plaçant le point racine R puis donner sa représentation graphique (on prendra 0,5 cm pour unité). (3 pts)

Solution:

• $-3 < 0$ donc la fonction $f(x) = -3x + 2$ est DÉCROISSANTE.

• Déterminons les coordonnées du point racine:

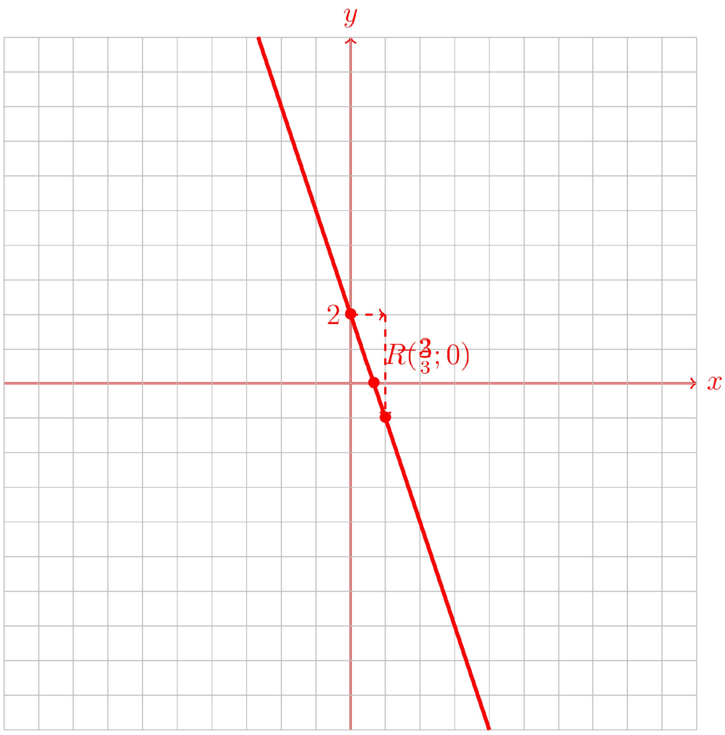
$f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x + 2 = 0 \Leftrightarrow -3x = -2 \Leftrightarrow x = \dfrac{-2}{-3} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

Le point racine a pour coordonnées $R(\frac{2}{3}; 0)$.

• Le tableau de variation de f est:

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
Variations de f	$\searrow$	0	$\searrow$

• Pour obtenir la représentation graphique de la fonction f, on commence par traduire graphiquement son ordonné à l'origine $p = 2$ en plaçant le point de coordonnées $R(0; 2)$ et son coefficient directeur $m = -3$ en plaçant le point de coordonnées $S(1;-1)$:



(b) En déduire le tableau de signe de la fonction $f(x) = -3x + 2$ (2 pts)

Solution:
D'après ce qui précède, f est positive avant $\frac{2}{3}$ et négative après $\frac{2}{3}$.
Le tableau de signe de f est:

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
Signe de f		$+$	0	$-$	

Exercice4(7pts)

Un cinéma propose deux tarifs.

- **Tarif A:** chaque entrée coûte 10 €.
- **Tarif B:** on paye un abonnement annuel de 20 € et chaque entrées ne coûte alors que 8 €.

(a) Donner l'expression de la fonction f qui modélise le budget annuel pour le cinéma avec le tarif A et celle de la fonction g pour le tarif B. (1 pts)

Solution:
Si x est le nombre d'entrées:
$f(x) = 10x$ et $g(x) = 8x + 20$

(b) Recopier sur votre copie les tableaux de valeurs de f et g suivant puis les remplir: (1 pts)

x	0	5	6
f(x)			

x	0	5	6
g(x)			

Solution:
Pour la fonction $f : x \mapsto 10x$:

x	0	5	6
f(x)	0	50	60

.

Pour la fonction $g : x \mapsto 8x + 20$:

x	0	5	6
g(x)	20	60	68

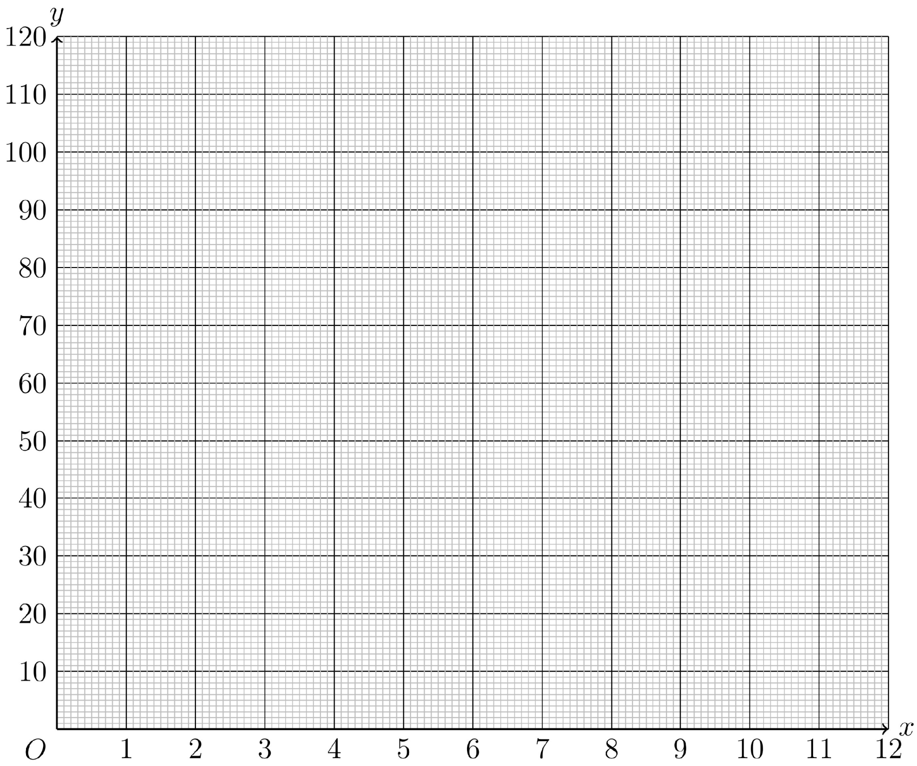
.

(c) Expliquer pourquoi on peut affirmer que la représentation graphique des fonctions f et g sont des droites. (1 pts)

Solution:
La fonction f est une fonction linéaire et g est une fonction affine.
D'après le cours, leur représentation graphique est une droite.

(d) En vous aidant du tableau de valeurs précédent, représenter les deux fonctions f et g dans le repère ci-dessous puis colorier en vert celle de f et en bleu celle de g. (1 pts)
On placera également le point d'intersection des deux droites que l'on nommera M.

Nom et prénom: ______________________



Solution:

• Pour la fonction f:

le tableau de valeurs de f permet de placer trois points de la droite représentative de la fonction f: $A(0;0)$, $B(5;50)$ et $C(6;60)$

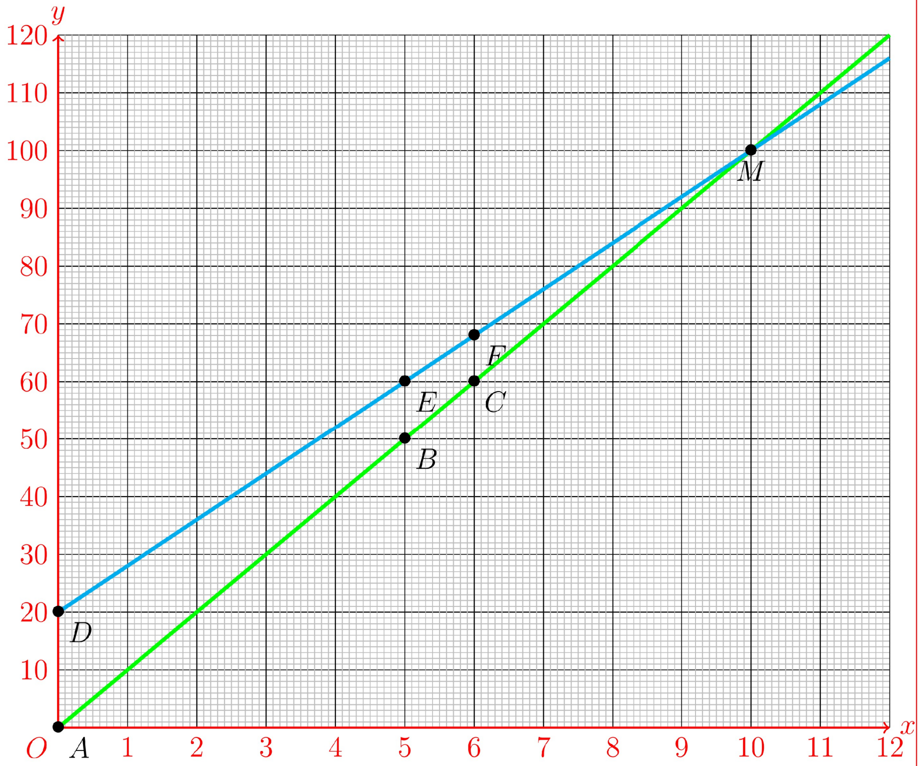
x	0	5	6
f(x)	0	50	60

• Pour la fonction g:

le tableau de valeurs de g permet de placer trois points de la droite représentative de la fonction f: $D(0;20)$, $E(5;60)$ et $F(6;68)$

x	0	5	6
g(x)	20	60	68

Nom et prénom: ______________________________



(e) Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) < g(x)$ (On donnera la réponse sous forme d'intervalle) puis interpréter le résultat sur la représentation graphique précédente. (1 pts)

Solution:
On a
$f(x) < g(x) \Leftrightarrow 10x < 8x + 20 \Leftrightarrow 10x - 8x < 20$ en retranchant $8x$
$\Leftrightarrow (10-8)x < 20 \Leftrightarrow 2x < 20$
$\Leftrightarrow x < \dfrac{20}{2}$ en divisant par 2
$\Leftrightarrow x < 10.$
L'ensemble des solutions est l'intervalle $= [0; 10[$ (attention aux bornes de l'intervalle).
Graphiquement, on voit en effet que la droite représentant f (en vert) est en dessous de celle représentant g avant 10.

(f) Combien faudra t-il acheter de places pendant l'année pour que le tarif B soit plus avantageux que le tarif A? (2 pts)
Justifier votre réponse.

Solution:
D'après ce qui précède, pour 10 billets achetés, le prix à payer est le

même pour les deux tarifs. Au delà de 10 billets achetés, le tarif B (avec l'abonnement) est plus avantageux.

Exercice5(4pts)

Pour chacun des exercices suivant, on demande de trouver la réponse l'aide d'une équation.

(a) Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme vaut 849. (2 pts)
On rappelle que trois nombres consécutifs sont trois nombres qui se suivent.
Exemple 1: les nombres 5,6 et 7 sont consécutifs.
Exemple 2: les nombres 91,92 et 93 sont consécutifs.

Solution:
• Établir une équation.
Notons x le premier nombre.
Le deuxième nombre est consécutif de x soit $x+1$.
Le troisième nombre est consécutif de $x+1$ soit $x+2$.
Leur somme vaut 849, on a donc l'équation $x+(x+1)+(x+2)=849$.
• On résoud l'équation $x+(x+1)+(x+2)=849$
$x+(x+1)+(x+2)=849$
$x+x+1+x+2=849$ en supprimant les parenthèses inutiles.
$3x+3=849$
$3x=846$ en retranchant 3 aux deux membres de l'équation.
$x=\dfrac{846}{3}$ en divisant par trois les deux membres de l'équation.
$x=282$.
• Conclusion:
Le premier nombre est $x=282$ et les deux nombres consécutifs suivant sont $x+1=283$ et $x+2284$.
On a bien $282+283+284=849$.

(b) J'ai 212 euros de plus que toi. (2 pts)
Si je te donnais 51 euros alors j'aurais deux fois plus d'argent que toi.
Combien as-tu d'argent?

Solution:
• Établir une équation
Notons x l'argent que tu as.
J'ai 212 euros de plus que toi: donc j'ai $x+212$ euros.
Si je te donne 51 euros, tu auras $x+51$ euros alors que moi il resterait $x+212-51=x-161$.
Alors j'aurais deux fois plus d'argent que toi c'est à dire:
$2\times(x+51)=x-161$.
• Résoudre l'équation $2\times(x+51)=x-161$
$2\times(x+51)=x-161$

$2x + 2 \times 51 = x - 161$ en développant,
$2x + 102 = x - 161$
$2x = x + 59$ en retranchant 102 aux deux membres de l'équation.
$x = 59$ en retranchant x aux deux membres de l'équation.

• **Conclusion**

Donc tu as $x = 59$ euros.
Et moi j'ai $x + 212 = 271$ euros.
Si je te donne 51 euros, tu auras 110 et moi j'aurais 220,
et on a bien $220 = 2 \times 110$.

Question:	1	2	3	4	5	Total
Points:	6	10	5	7	4	32
Score:						