CHAPITRE 6
GEOMETRIE DANS LE PLAN

1. Colinéarité (Rappel)

1. Vecteurs colinéaires

Définition

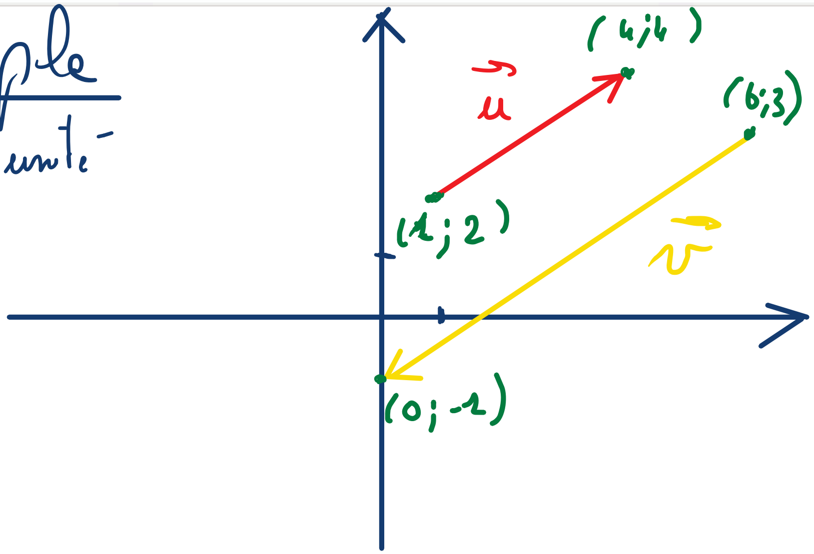
Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs.

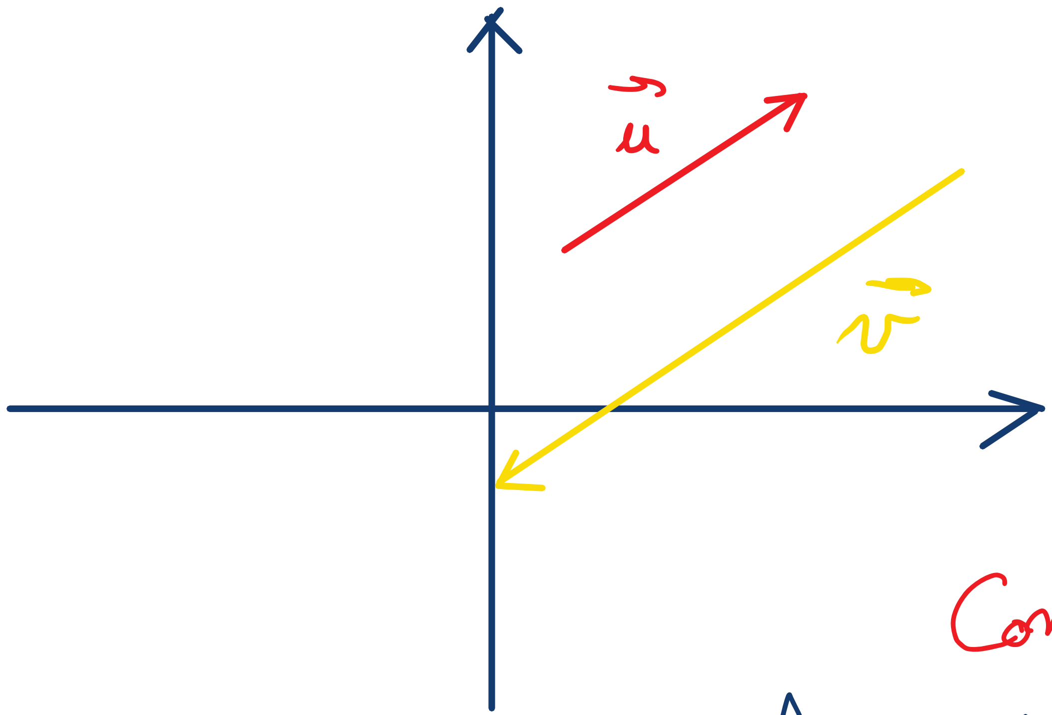
Parallèles

On dit que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** si et seulement s'il existe un réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$ ou $\vec{v} = k\vec{u}$.

Exemple

2c = 1 unité





$$\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix} \xrightarrow[\times(-2)]{\times(-2)} \vec{v}\begin{pmatrix}-6\\-4\end{pmatrix}$$

$\vec{v} = -2\,\vec{u}$

Les vecteurs sont "Proportionnels"

Comme $\vec{v} = k\,\vec{u}$ (avec $k=-2$)

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont <u>colinéaires</u>.

VECTEURS_COLINEAIRES0
VECTEURS_COLINEAIRES0a
VECTEURS_COLINEAIRES0b

$$\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix} \xrightarrow{\times(-3)} \vec{v}\begin{pmatrix}-12\\9\end{pmatrix}$$

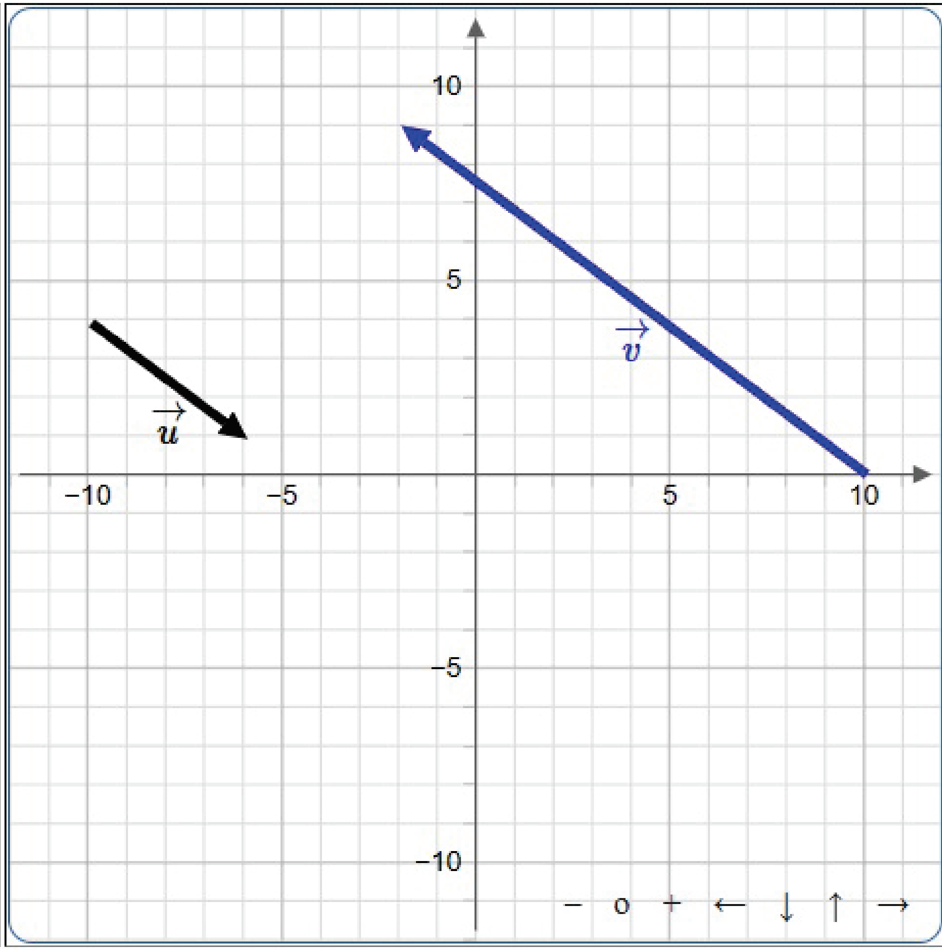
Compléter à partir du dessin:

$\vec{u}$ ($\boxed{4}$; $\boxed{-3}$)

et

$\vec{v}$ ($\boxed{-12}$; $\boxed{9}$)

Ces deux vecteurs sont colinéaires car $\vec{v} = \boxed{-3}\ \vec{u}$



Complèter à partir du dessin:

$\overrightarrow{u}$ ($\boxed{}$? ; $\boxed{}$?)

et

$\overrightarrow{v}$ ($\boxed{}$? ; $\boxed{}$?)

Ces deux vecteurs sont colinéaires car $\overrightarrow{v} = \boxed{}$? $\overrightarrow{u}$

2. Déterminant de deux vecteurs

$(\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$

$\det(\vec{u},\vec{v}) = xy' - yx'$

$= 0$

$xy' = yx'$

Définition

Soient $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$ une base orthonormée et deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

On appelle **déterminant** de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans la base $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$ le nombre $\det(\vec{u},\vec{v}) = xy' - yx'$.

Exemple :

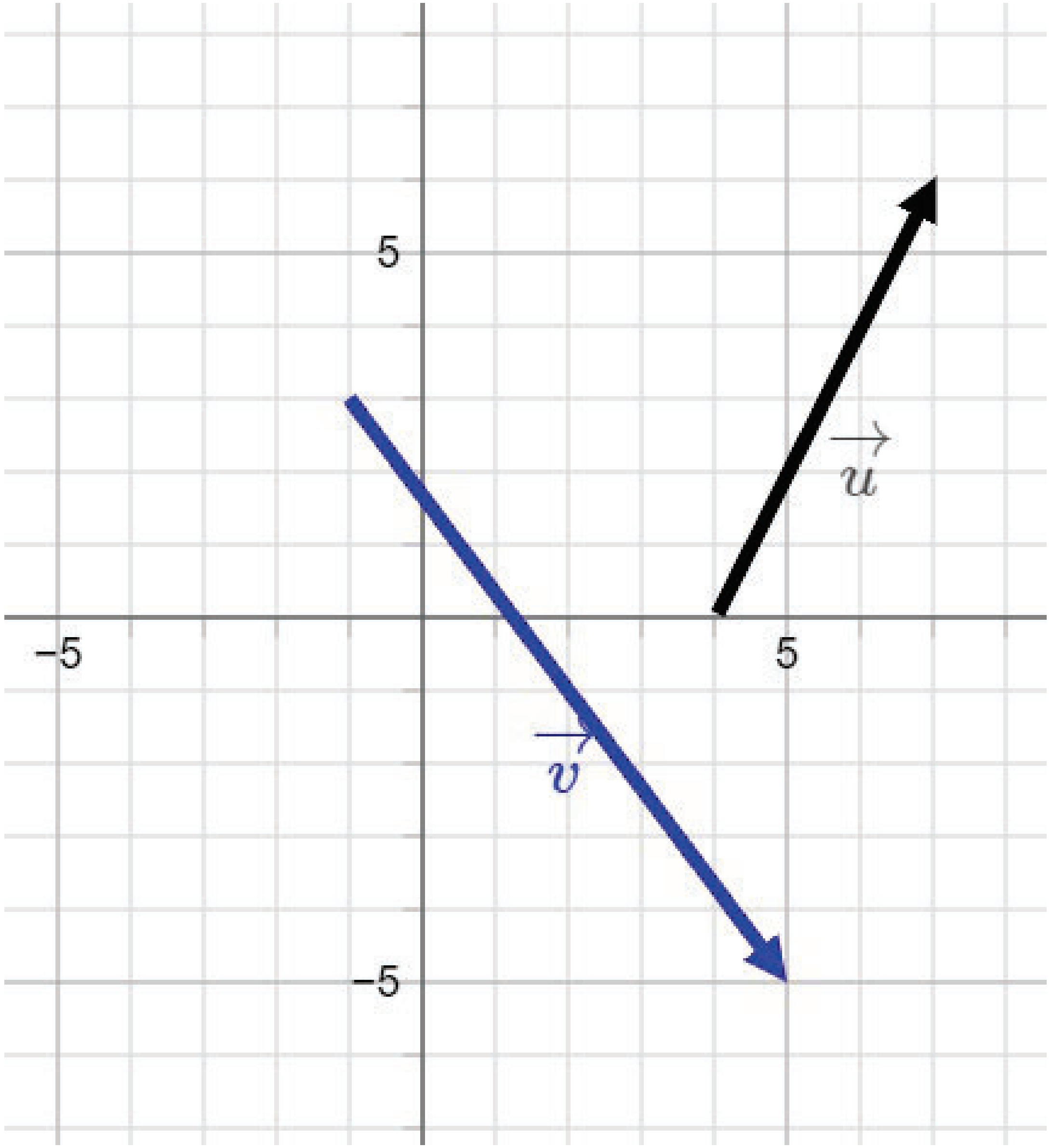
$\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\det(\vec{u},\vec{v}) = 1 \times (-2) - 3 \times 4$

$= -2 - 12$

$\boxed{\det(\vec{u},\vec{v}) = -14}$

Exercice d'application 1



- Coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$:

$$\vec{u}\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix} \text{ et } \vec{v}\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}$$

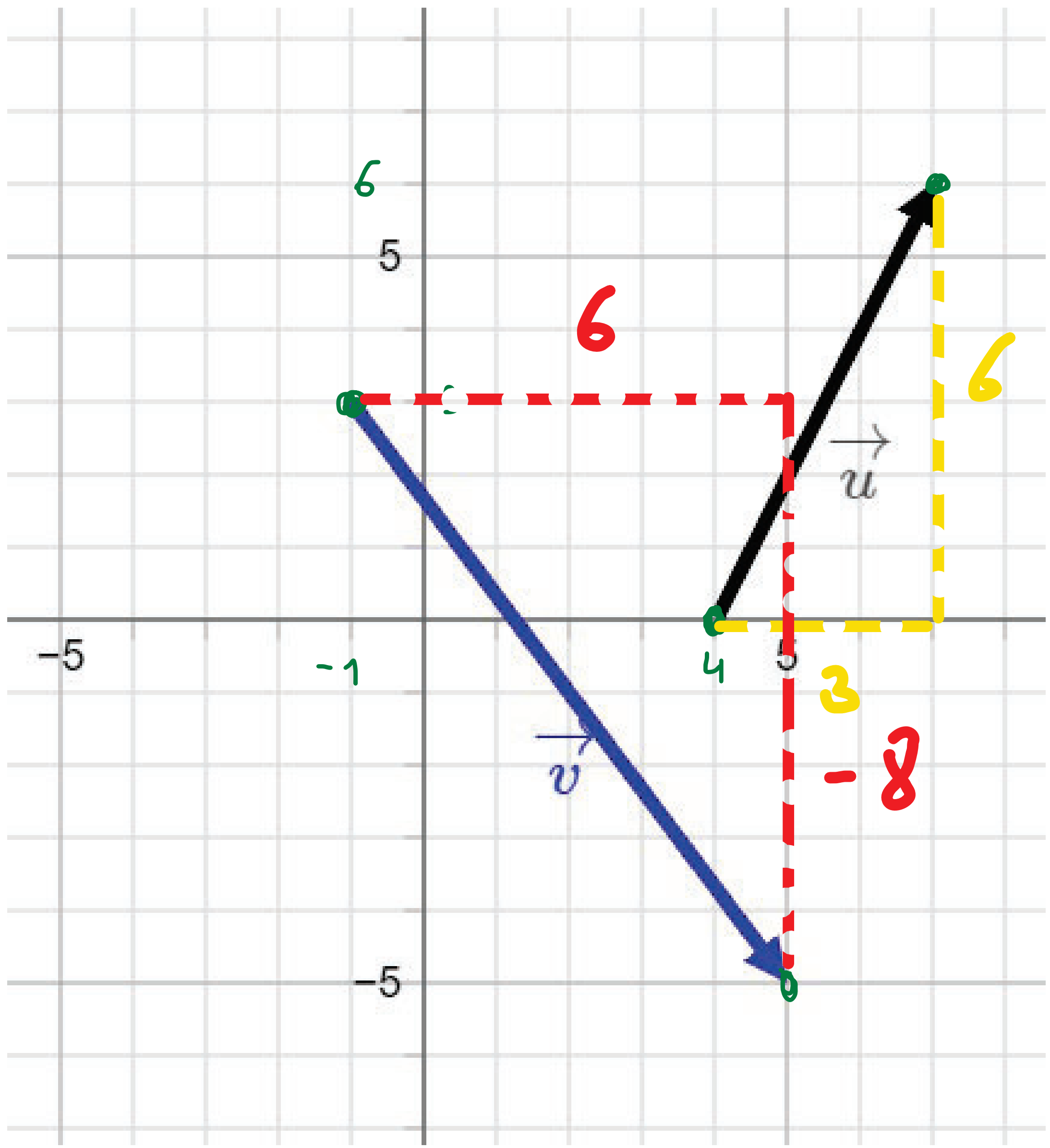
- $\det(\vec{u}\,;\vec{v})$

$$= 3\times(-8) - 6\times 6$$

$$= -24 - 36$$

$$= \boxed{-60}$$

Exercice d'application (1)



- Coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$:

$\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix}$

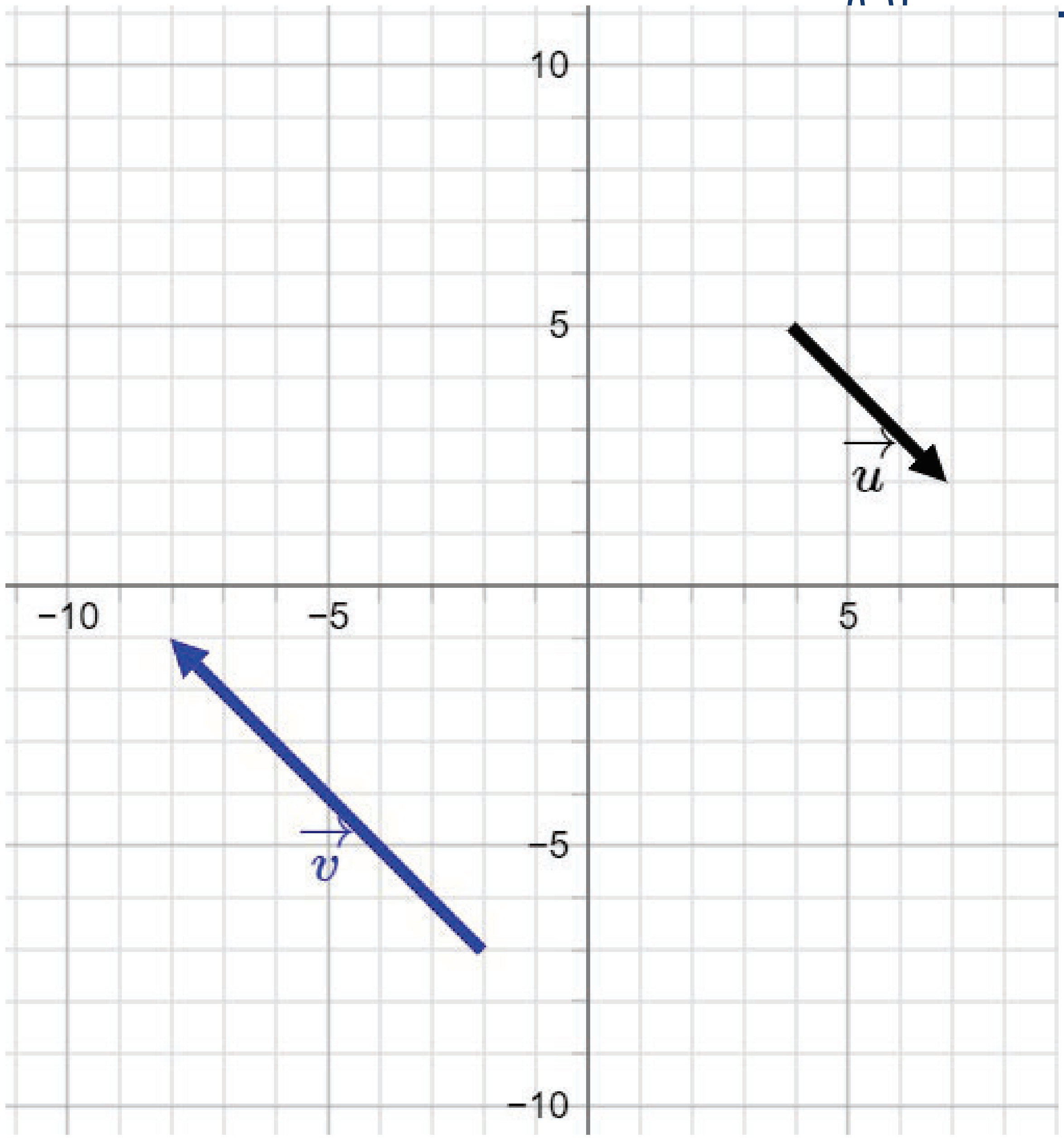
- $\det(\vec{u};\vec{v})$

$= 3 \times (-8) - 6 \times 6$

$= -24 - 36$

$= \boxed{-60}$

Exercice d'application ②



$\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -6 \\ 6 \end{pmatrix}$

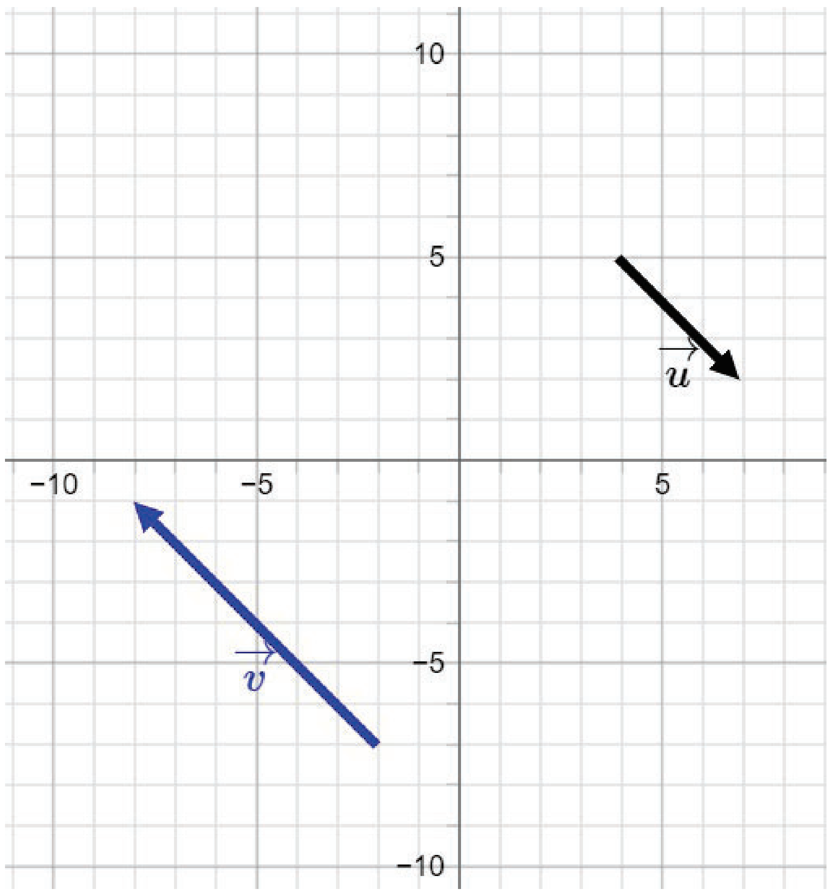
$\det(\vec{u}, \vec{v})$

$= 3 \times 6 - (-3) \times (-6)$

$= 18 - 18$

$= 0$

VECTEURS_COLINEAIRES1
VECTEURS_COLINEAIRES1a
VECTEURS_COLINEAIRES1b



VECTEURS_COLINEAIRES2

a) Coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$

$\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\6\end{pmatrix}$

b) $\det(\vec{u}, \vec{v})$

$= 3\times 6 - (-3)\times(-6)$

$= 18 - 18 = 0$

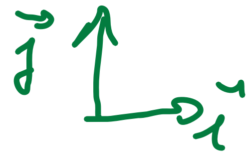
Propriété

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$

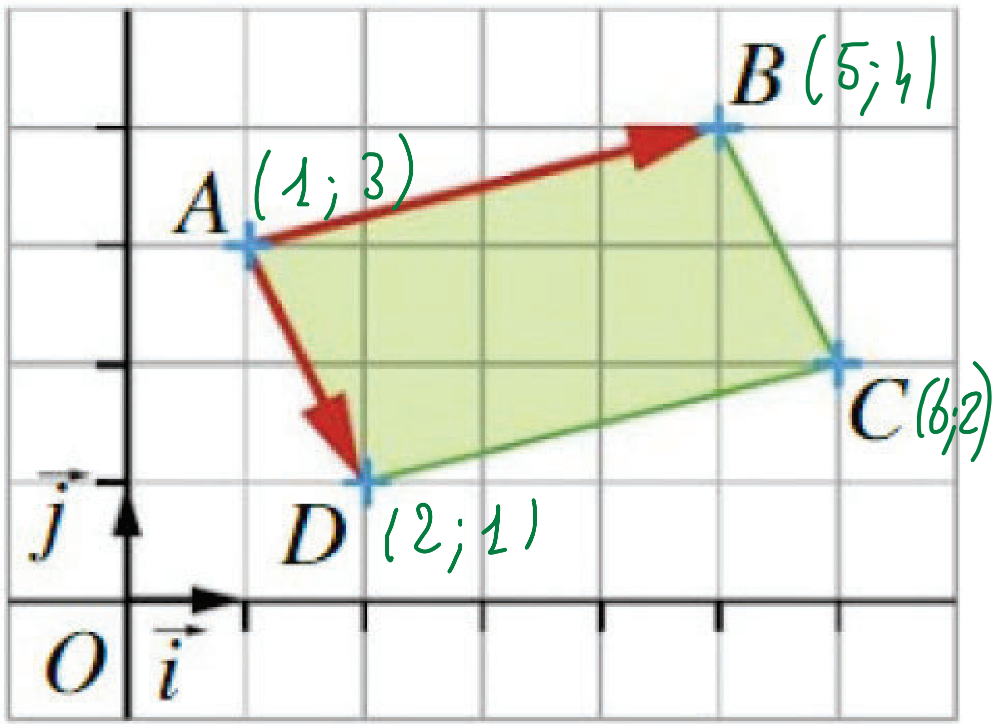
$(\vec{i}, \vec{j})$

Propriété

Soient $(\vec{i}, \vec{j})$ une base orthonormée et $ABCD$ un parallélogramme.
L'aire du parallélogramme $ABCD$ est égale à $|\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})|$.

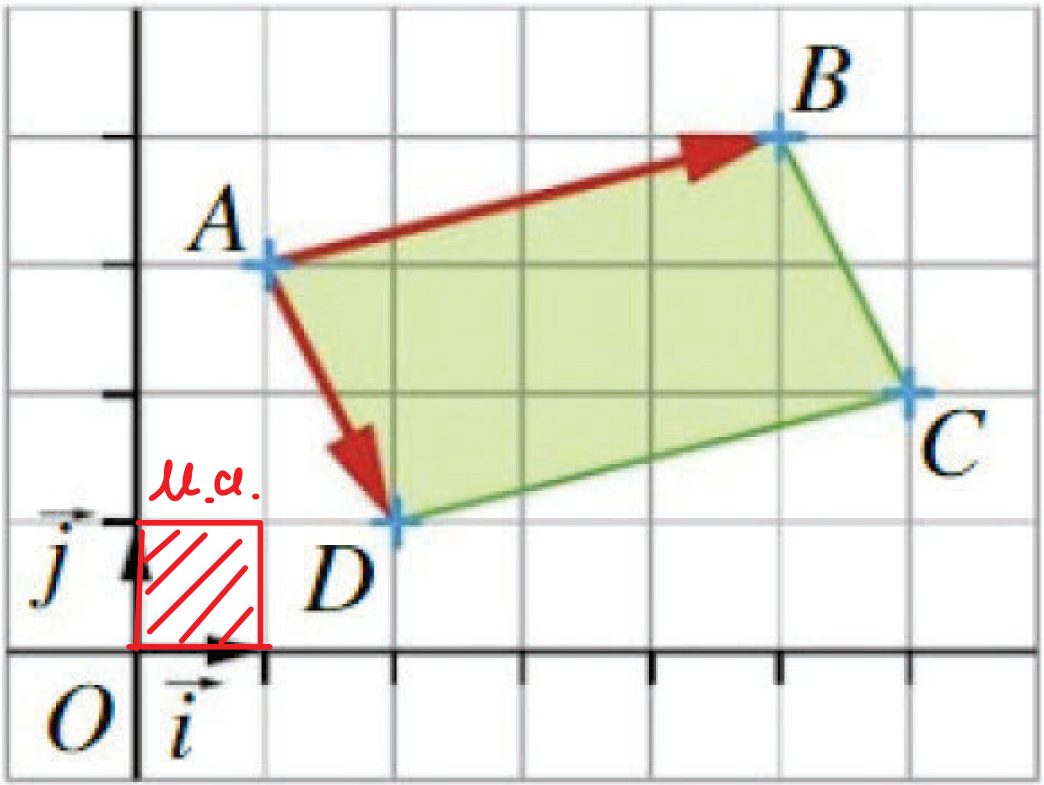


$|\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})|$



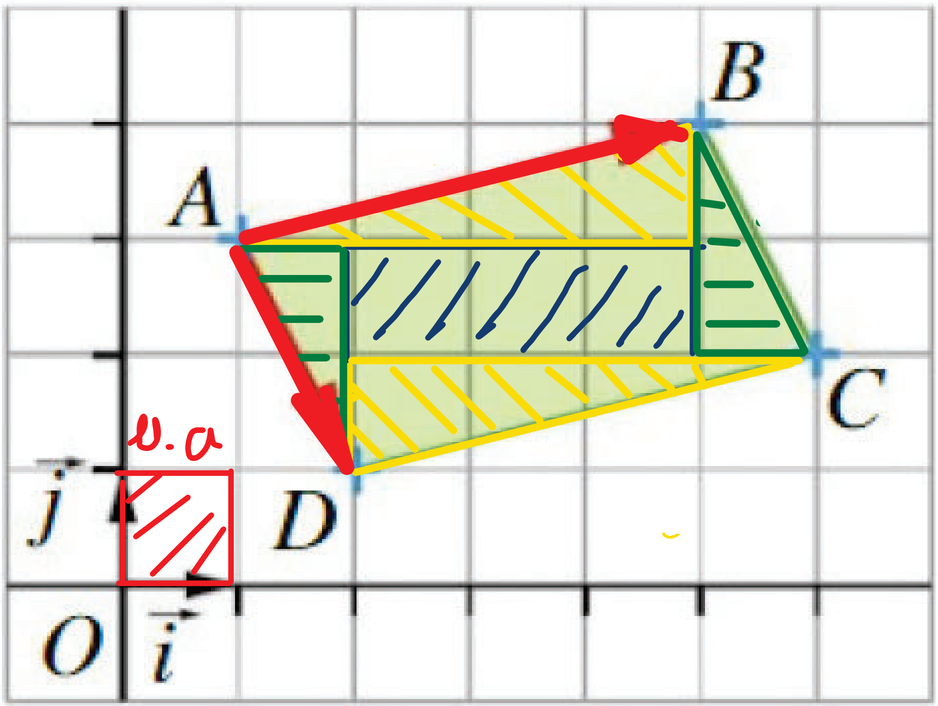
Propriété

Soient $(\vec{i}, \vec{j})$ une base orthonormée et $ABCD$ un parallélogramme.
L'aire du parallélogramme $ABCD$ est égale à $\left|\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})\right|$.



Propriété

Soient $(\vec{i}, \vec{j})$ une base orthonormée et $ABCD$ un parallélogramme.
L'aire du parallélogramme $ABCD$ est égale à $|\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})|$.



u. a. = unité d'aire

<u>Méthode 1</u>

$3 + 4 + 2$

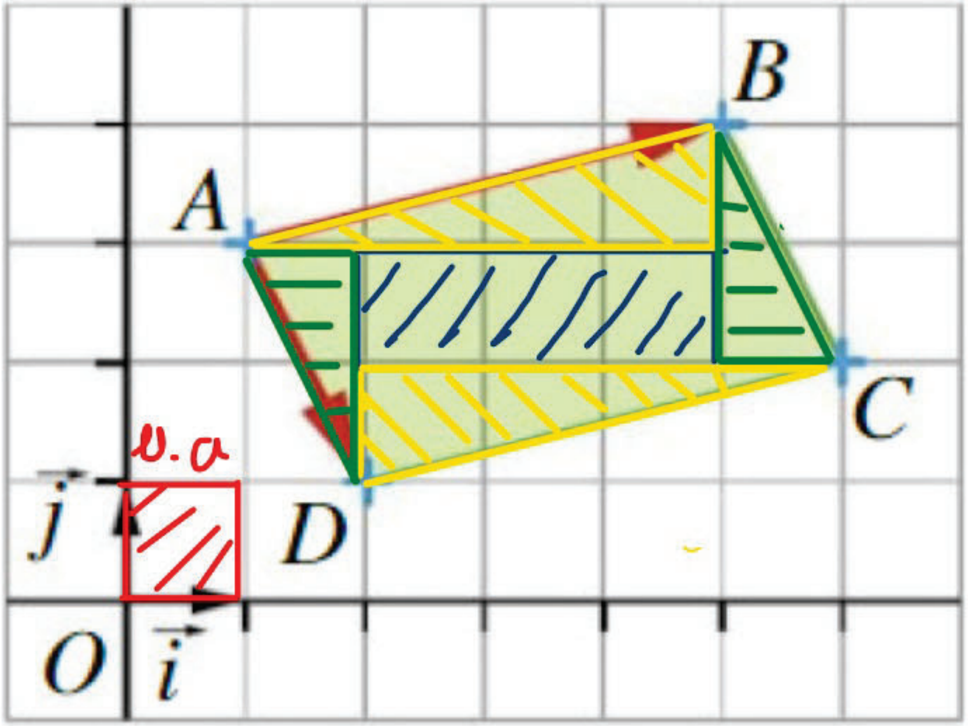
$= 9$ u.a

(unité d'aire)

<u>Méthode 2</u> (avec la formule)

Aire de ABCD

est $|\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})|$



Méthode 1

$3 + 4 + 2$

$= 9$ u.a
(unité d'aire)

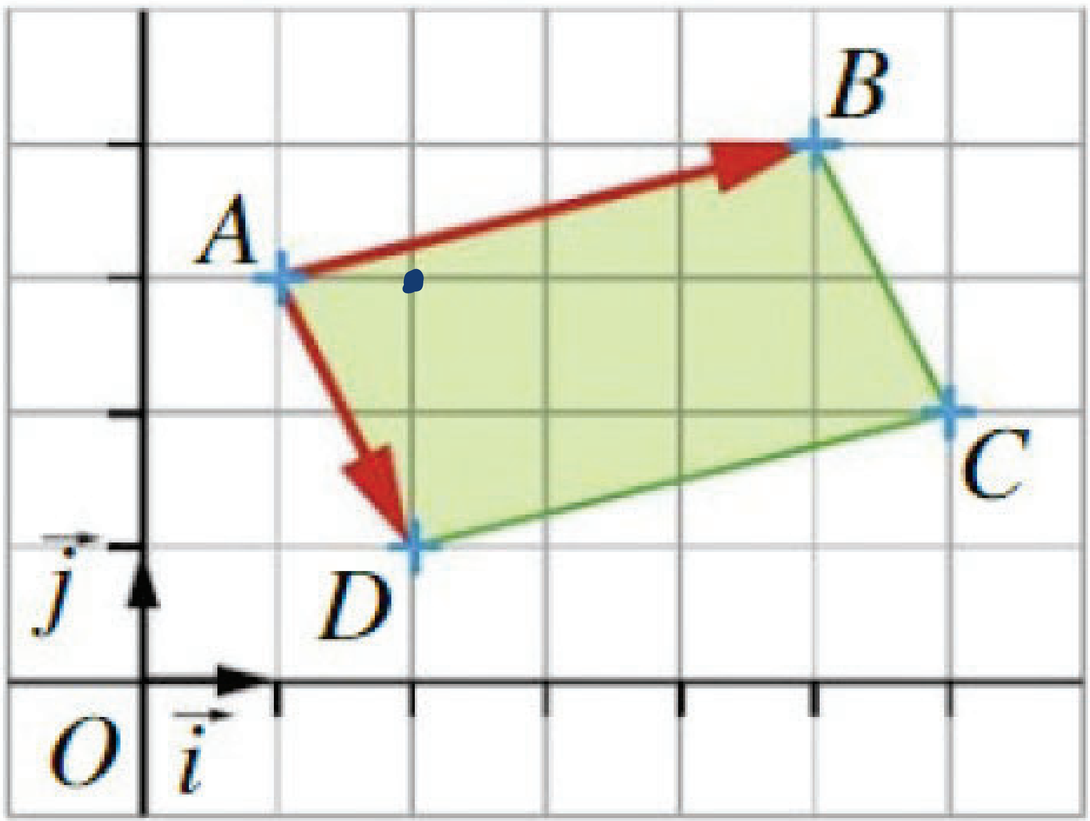
Méthode 2 (avec la formule)

Aire de ABCD

est $|\det(\vec{AB}, \vec{AD})|$

Méthode 2 (avec la formule)

Aire de ABCD est $|\det(\vec{AB}, \vec{AD})|$

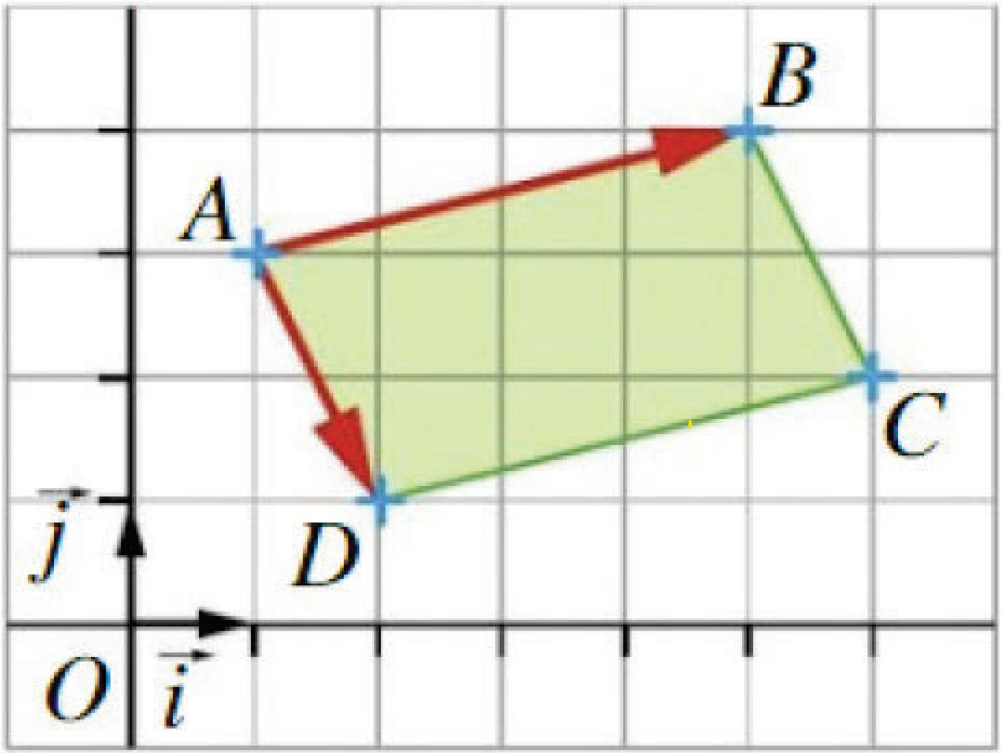


$\vec{AB}\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$ $\vec{AD}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$

L'aire est

$$|\det(\vec{AB}, \vec{AD})| = |4\times(-2) - 1\times 1|$$

$$= |-9| = 9$$



$\vec{AD}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$

Méthode 1

$3+4+2$

$=9$ u.a

(unité d'aire)

Méthode 2 (avec la formule

$$\mathcal{A} = \left|\det\left(\vec{AB}, \vec{AD}\right)\right|$$

$$= \left|1\times 1 - (-2)\times 4\right|$$

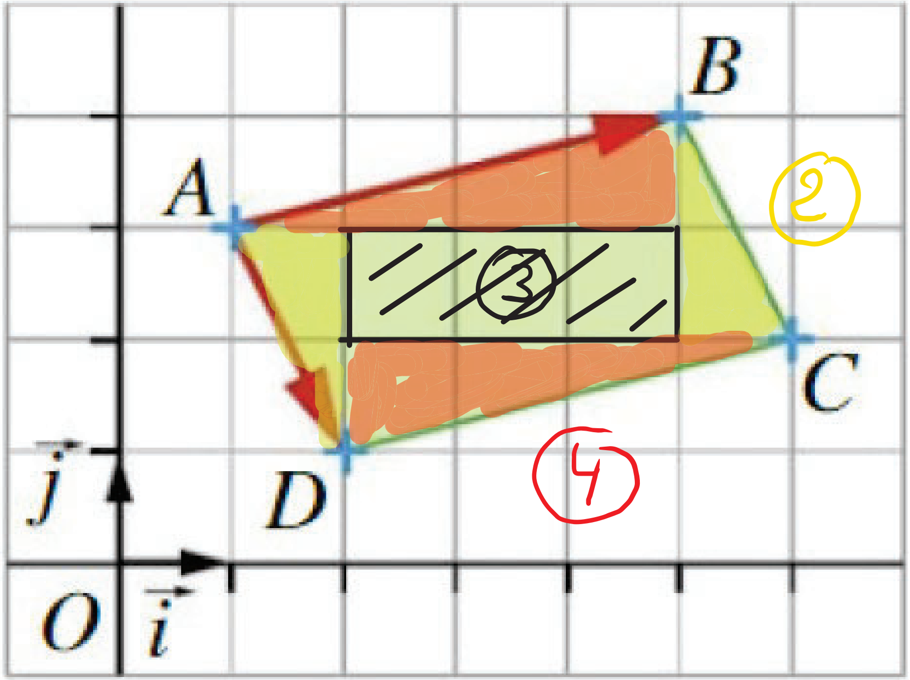
$$= |9| = 9$$

$|-2| = 2$

$|3| = 3$

Propriété

Soient $(\vec{i}, \vec{j})$ une base orthonormée et $ABCD$ un parallélogramme.
L'aire du parallélogramme $ABCD$ est égale à $|\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})|$.



$\mathcal{A} = |\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})|$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = 4 \times (-2) - 1 \times 1$

$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = -8 - 1 = -9$

$\mathcal{A} = |-9| = 9 = (2 + 4 + 3)$

Exercice

Soient $\vec{AD}\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{AB}\begin{pmatrix}5\\-4\end{pmatrix}$

L'aire du parallélogramme ABCD est:

$$\left|\det(\vec{AB};\vec{AD})\right| = \left|\det\left(\vec{AB}\begin{pmatrix}5\\-4\end{pmatrix};\vec{AD}\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}\right)\right|$$

valeur absolue

$$= \left|5\times 4-(-4)\times 4\right|$$

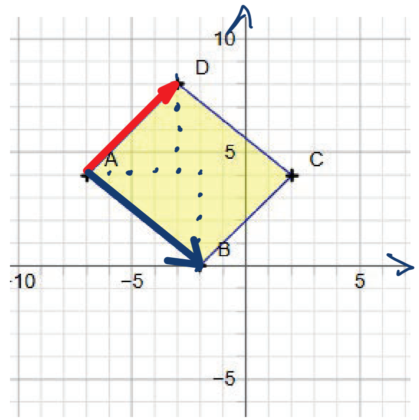
$$= \left|36\right| = 36$$

Compléter à partir du dessin:

$\overrightarrow{AD}$ (? ?)

et

$\overrightarrow{AB}$ (? ?)



AIRE_PARALLELOGRAMME1

AIRE_PARALLELOGRAMME2

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\left| 3 \times (-5) - 5 \times 4 \right|$$

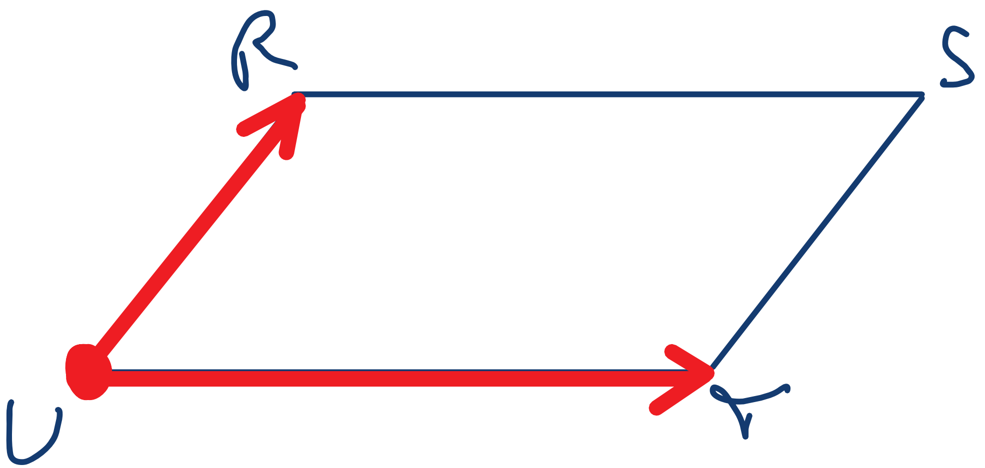
$$\left| -35 \right|$$

$$35$$

$$\begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\left| -4 \times (-4) - (-5) \times 4 \right|$$

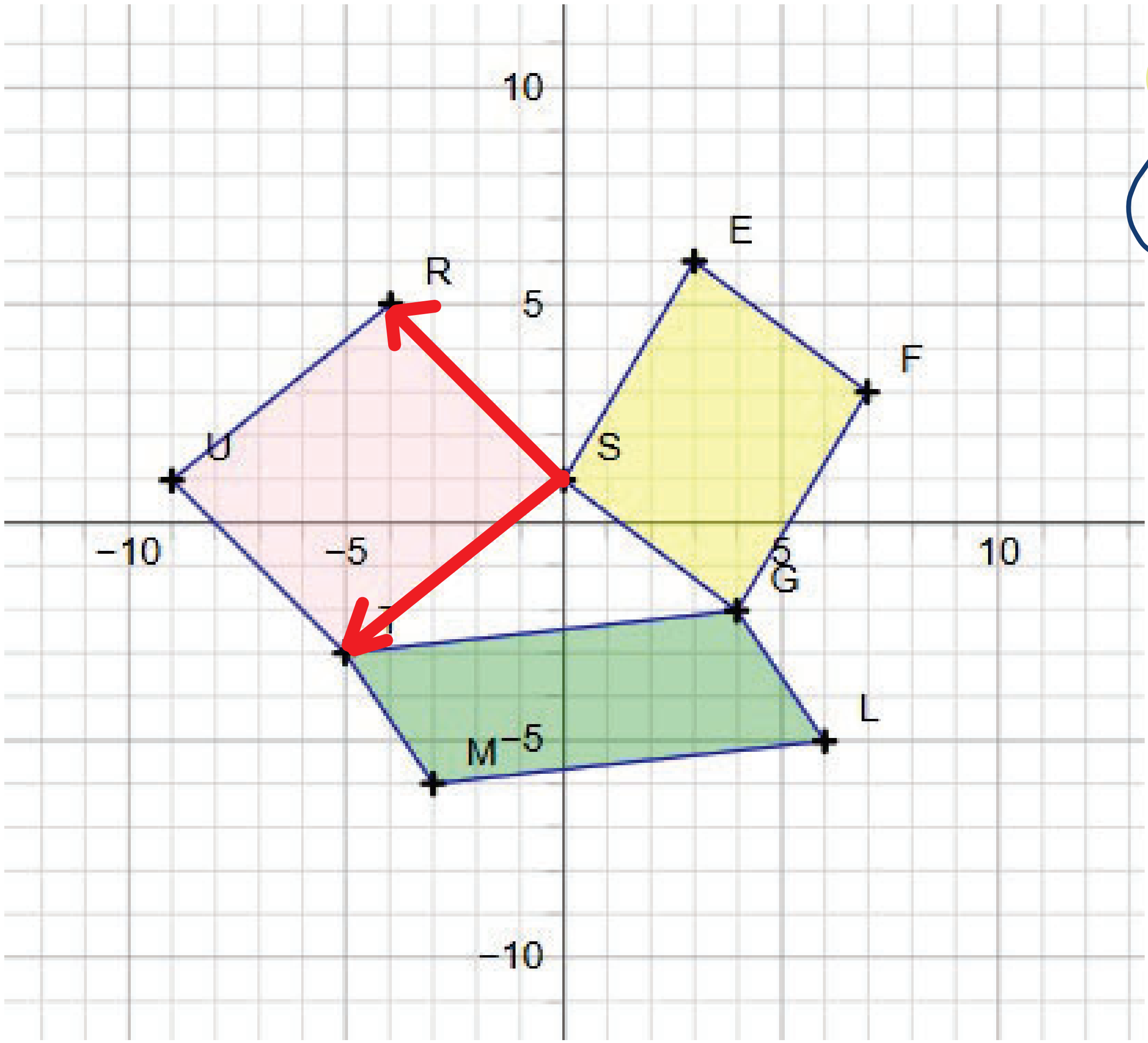
Remarque : Adapter la formule



L'aire du parallélogramme RSTU est

$|\det(\vec{UR}, \vec{UT})|$

Les deux vecteurs doivent avoir la même origine



Exercice

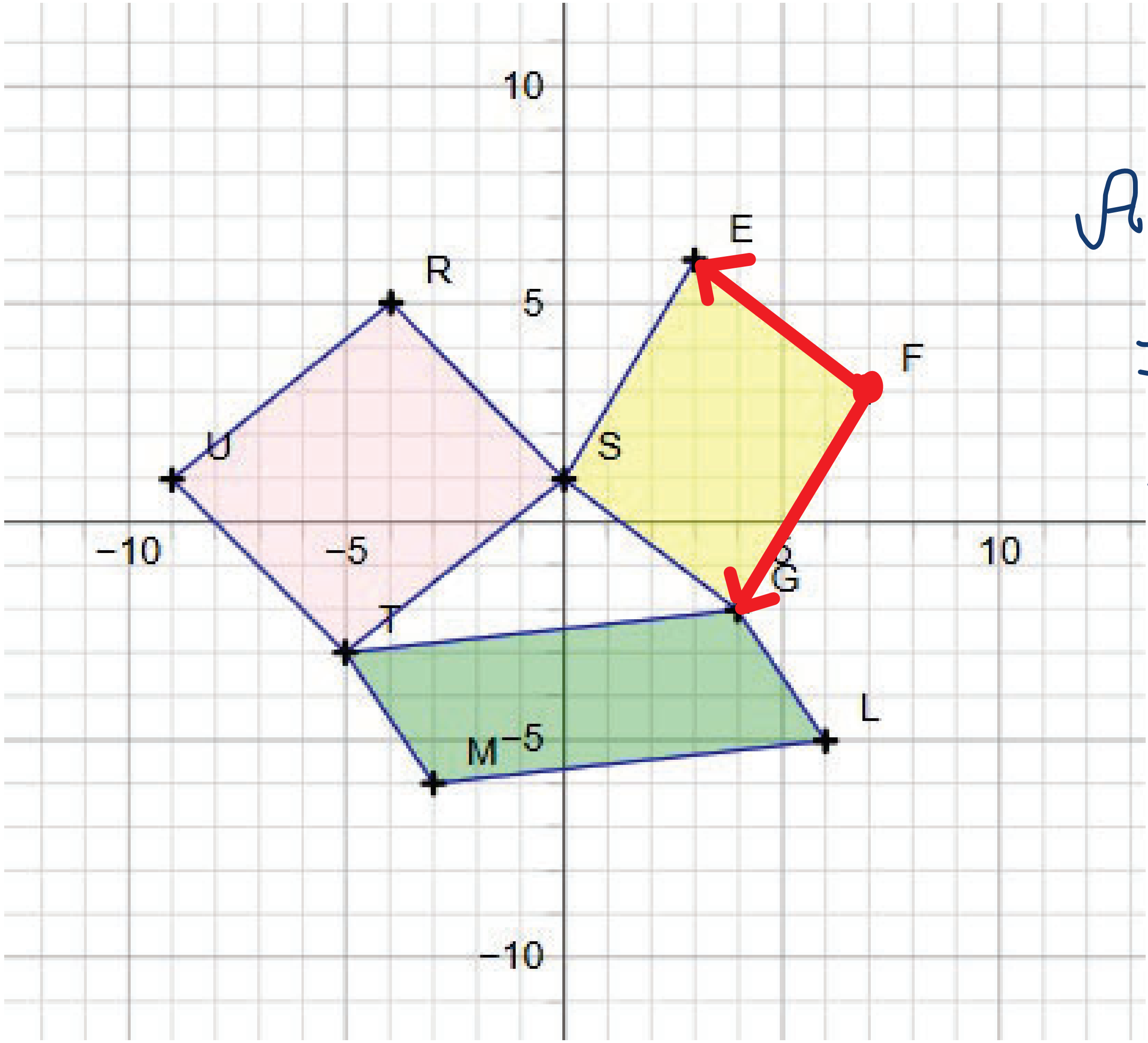
① Aire du parallélogramme RSTU :

$|\det(\vec{SR} ; \vec{ST})|$

$= \left|\det\left(\vec{SR}\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix} ; \vec{ST}\begin{pmatrix}-5\\-4\end{pmatrix}\right)\right|$

$= |-4\times(-4) - 4\times(-5)|$

$= |16+20| = 36$



② Jaune

$\mathcal{A}(EFGS)$

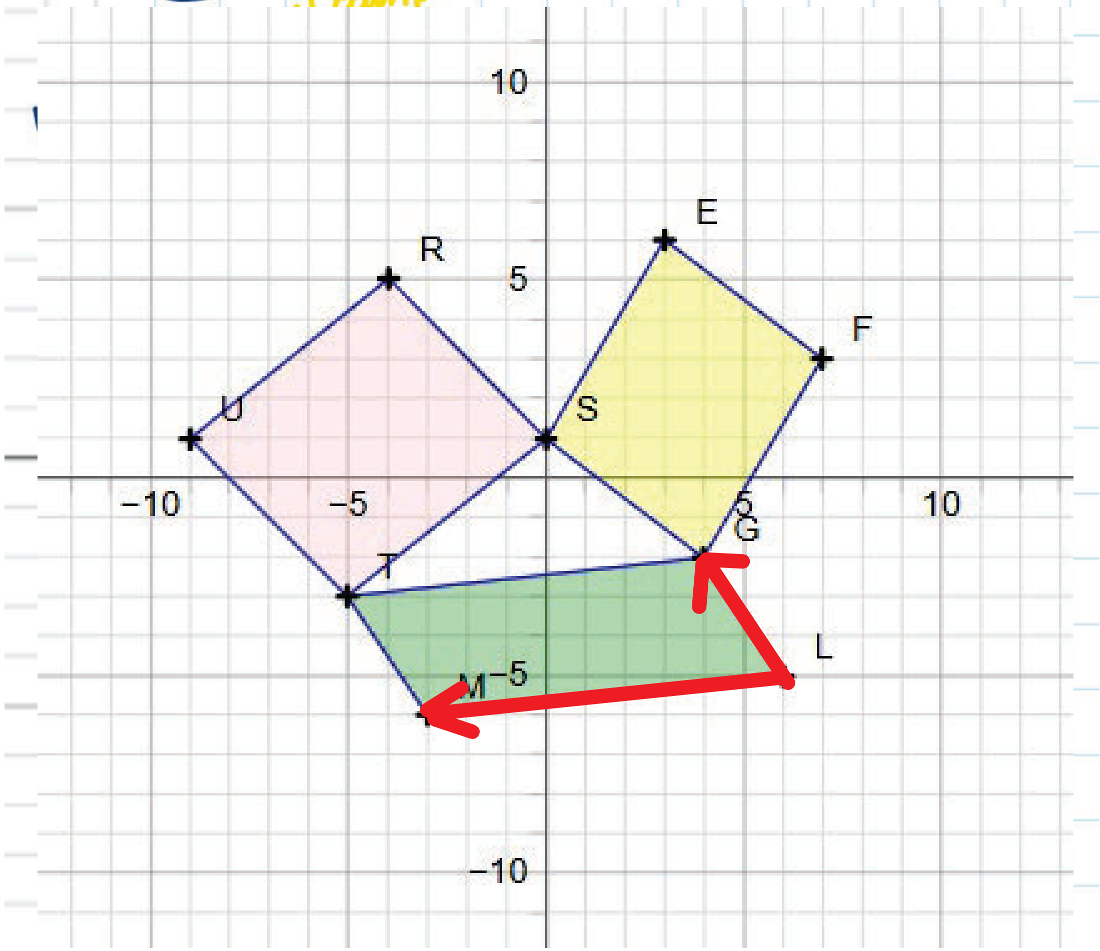
$= \left| \det(\vec{FE}, \vec{FG}) \right|$

$= \left| \det\left(\vec{FE}\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}; \vec{FG}\begin{pmatrix}-3\\-5\end{pmatrix}\right) \right|$

$= \left| (-4)\times(-5) - 3\times(-3) \right|$

$= |20+9| = 29$

② Jaune



③ $\mathcal{A}(TGLM)$

$= \left|\det\left(\overrightarrow{LG} ; \overrightarrow{LM}\right)\right|$

$= \left|\det\left(\overrightarrow{LG}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix} ; \overrightarrow{LM}\begin{pmatrix}-9\\-1\end{pmatrix}\right)\right|$

$= \left|(-2)\times(-1) - 3\times(-9)\right|$

$= \left|2-(-27)\right|$

$= \left|2+27\right|$

$= 29$

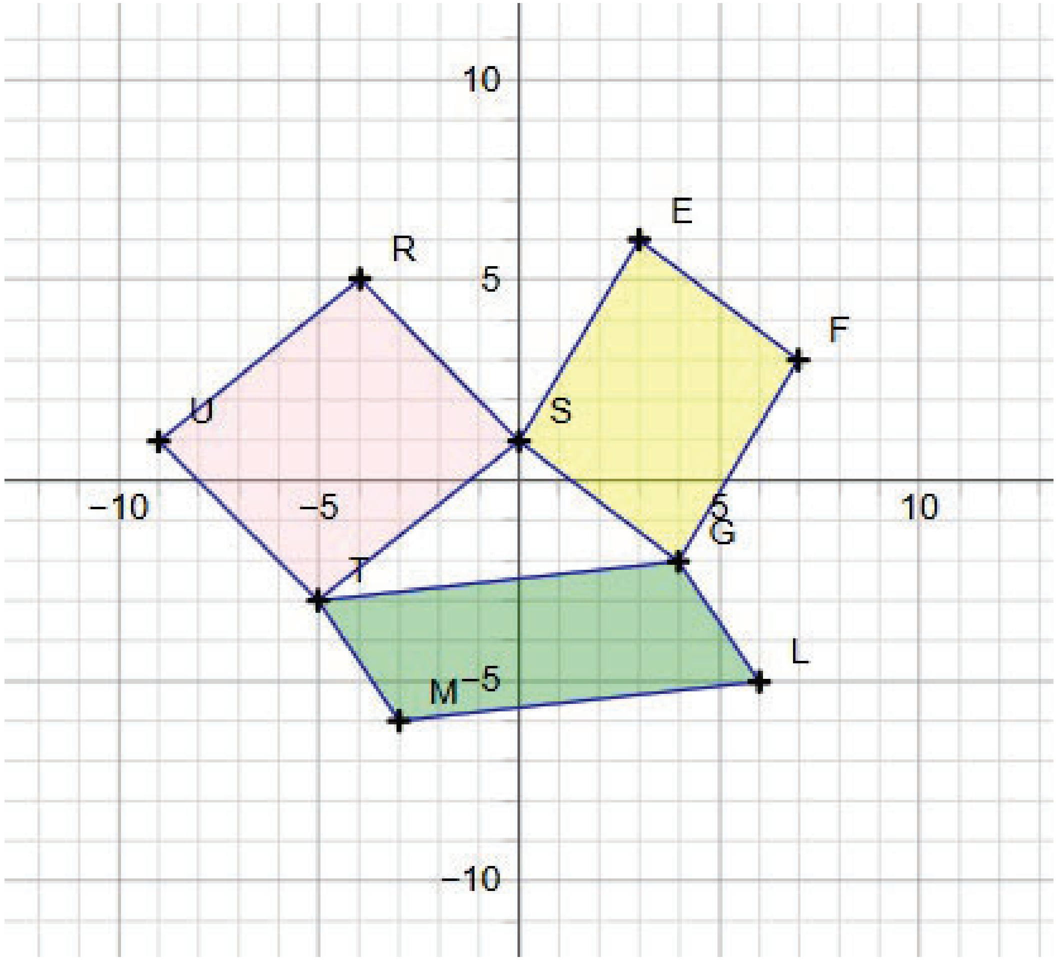
Calculer l'aire des parallèlogrammes suivants:

1) Aire du parallèlogramme RSTU = $\boxed{}$?

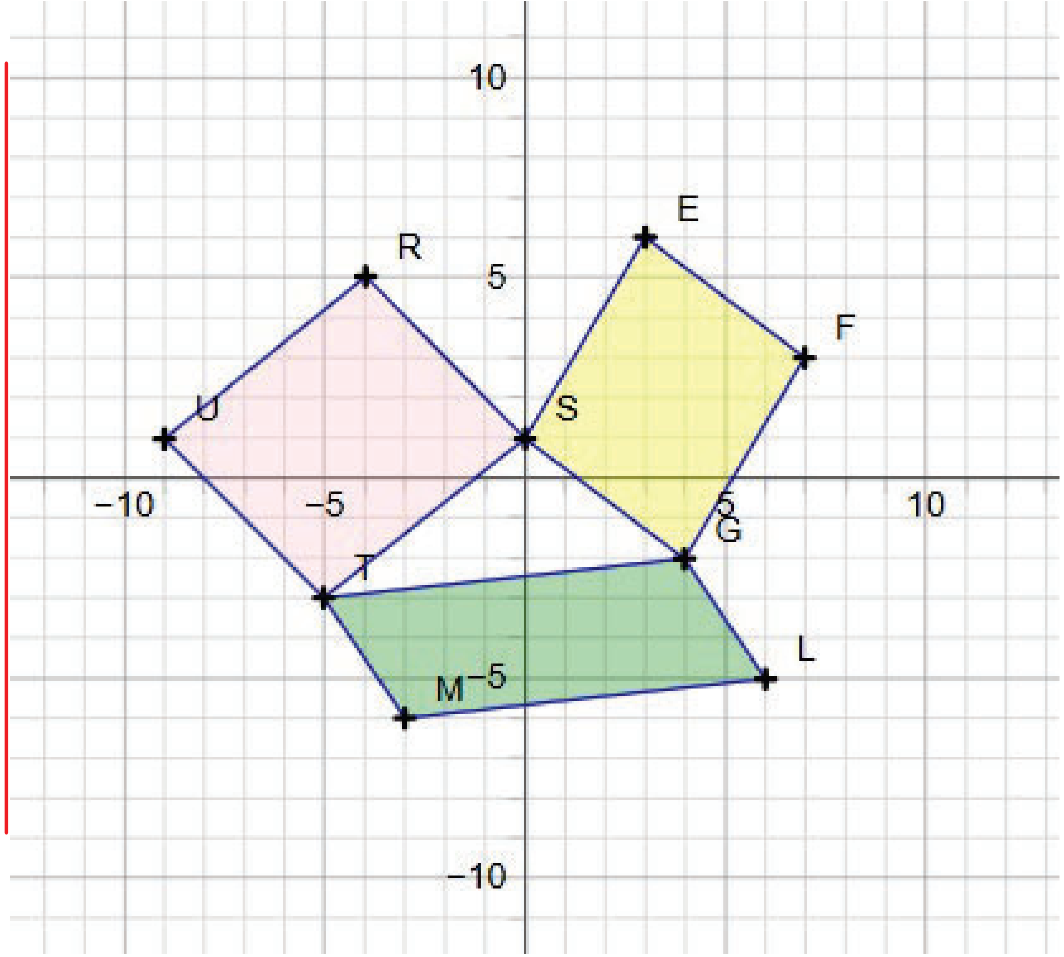
2) Aire du parallèlogramme SEFG = $\boxed{}$?

3) Aire du parallèlogramme TGLM: $\boxed{}$?

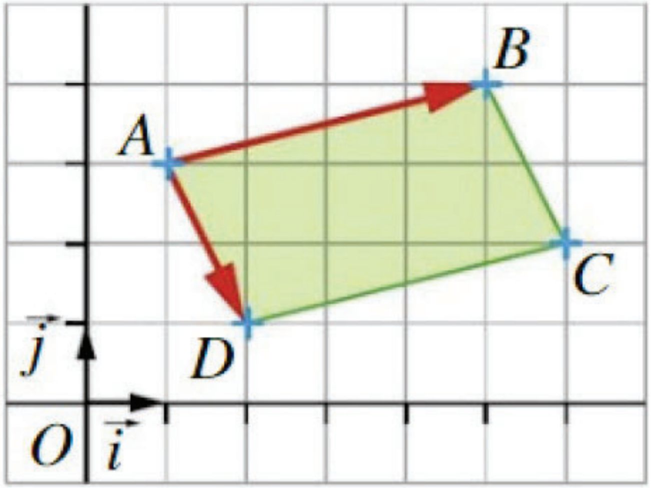
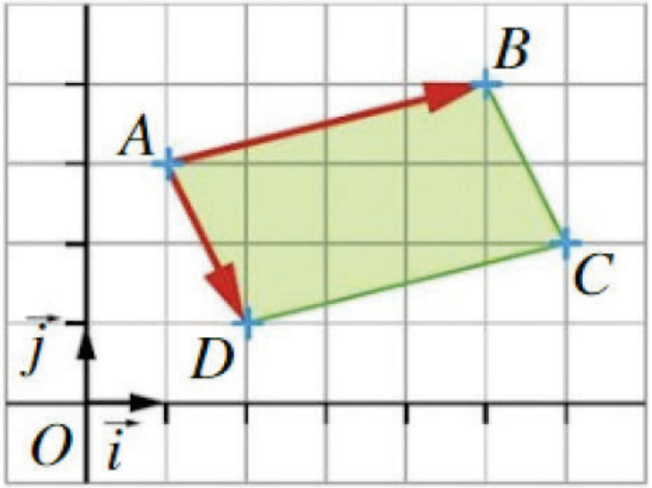
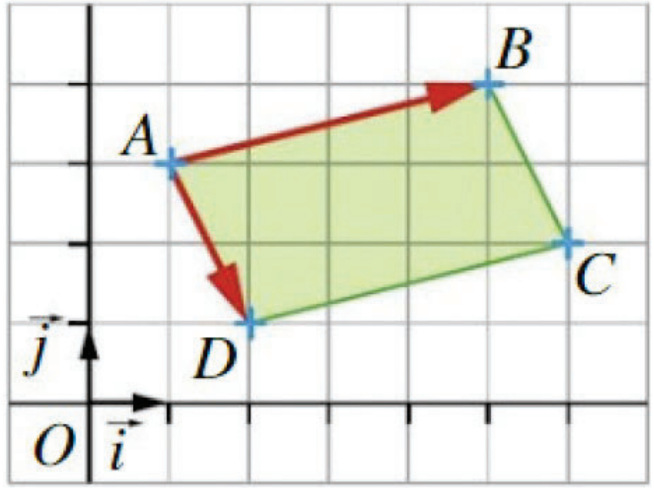
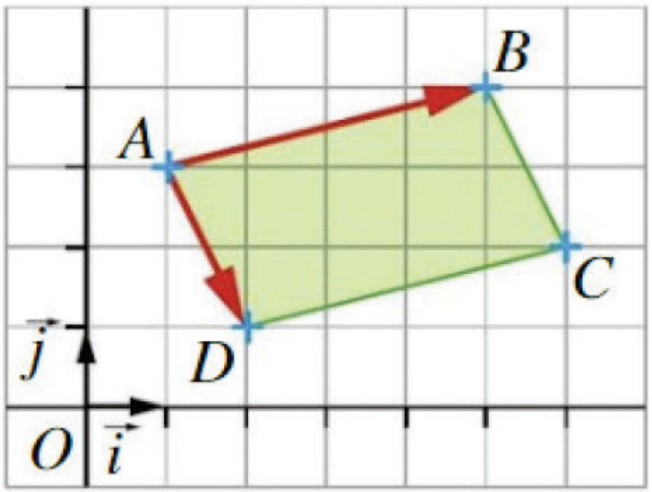
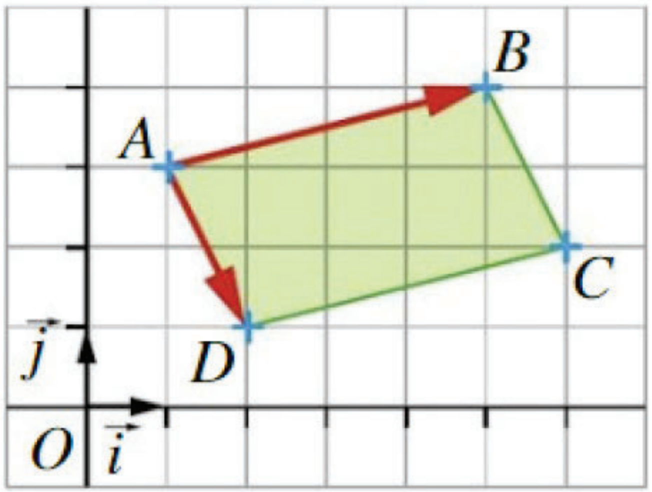
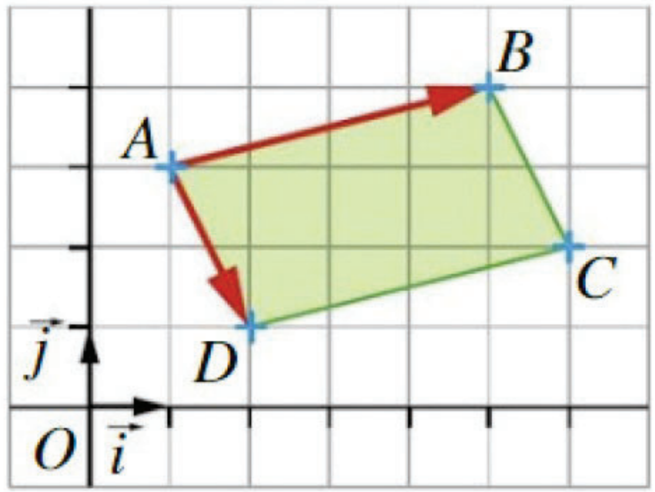
AIRE_PARALLELOGRAMME3
AIRE_PARALLELOGRAMME4



10
5
−10
−5
10
−5
−10
R
E
F
U
S
G
T
L
M



10
5
−10
−5
10
−5
−10
R
E
F
U
S
G
T
L
M


A
B
C
D
O
$\vec{i}$
$\vec{j}$

A
B
C
D
O
$\vec{i}$
$\vec{j}$

A
B
C
D
O
$\vec{i}$
$\vec{j}$

A
B
C
D
O
$\vec{i}$
$\vec{j}$

A
B
C
D
O
$\vec{i}$
$\vec{j}$

A
B
C
D
O
$\vec{i}$
$\vec{j}$

www.courounadin.fr

→ 2 0 4

→ Cahier de texte

→ ORIENTATION

(Carnet de liaison)

Orientation: aide au choix des spécialités

www.courounadin.fr

→ 2 0 4

→ Cahier de texte

→ Dossier

ORIENTATION

→ 2 0 4

→ Paragraphe

ORIENTATION

2. Parallélisme et alignement

1. Droites parallèles

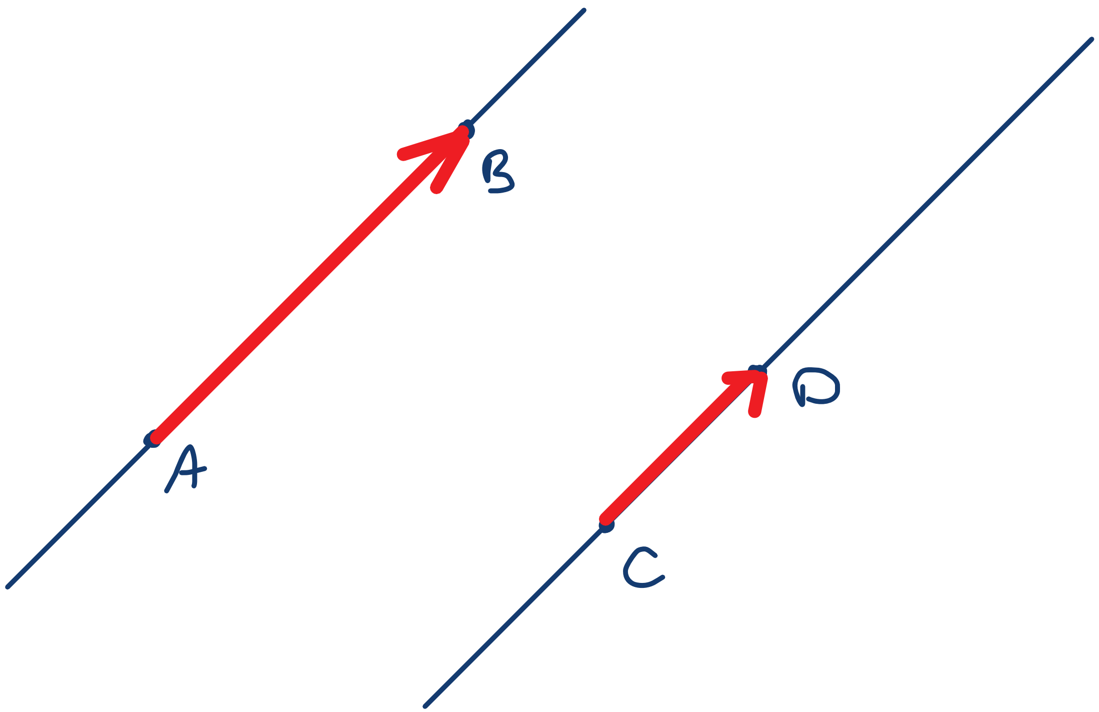
Propriété $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u}\,;\vec{v}) = 0$

Propriété

Soient A, B, C et D quatre points distincts.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Propriété

Soient A, B, C et D quatre points distincts.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.



On considère les points D(3;1) , F(-1;-3) , S(8;3) , W(-8;-13).
Compléter à partir du dessin:

$\overrightarrow{DF}$ (-4 ; -4)

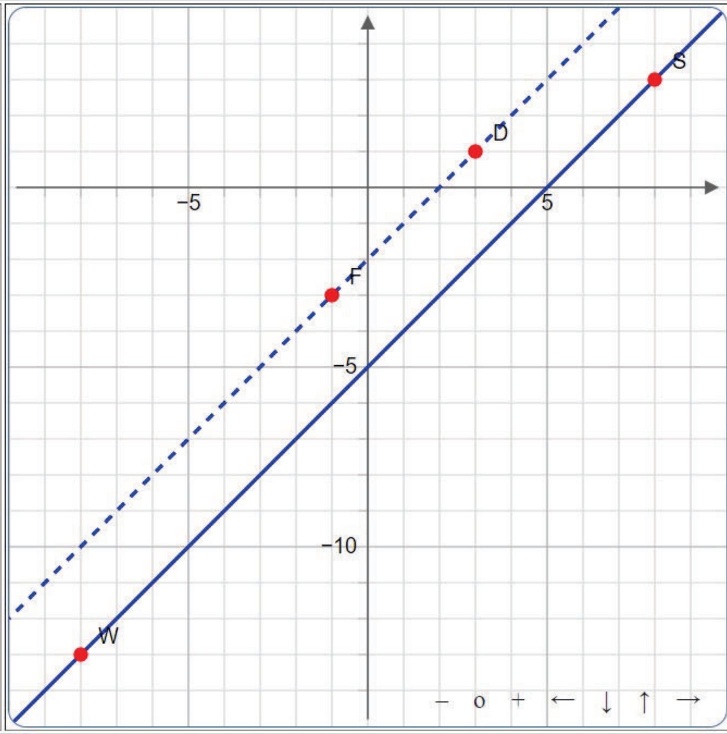
et

$\overrightarrow{SW}$ (-16 ; -16)

Puis calculer le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{SW}$:

$det(\overrightarrow{DF}, \overrightarrow{SW}) =$ 0

On en déduit que les droites (DF) et (SW) sont



On considère les points C(-2;4) , E(-3;8) , I(-4;1) , P(-13;-8).
Compléter à partir du dessin:

$\overrightarrow{CE}$ (-1 ; 4)

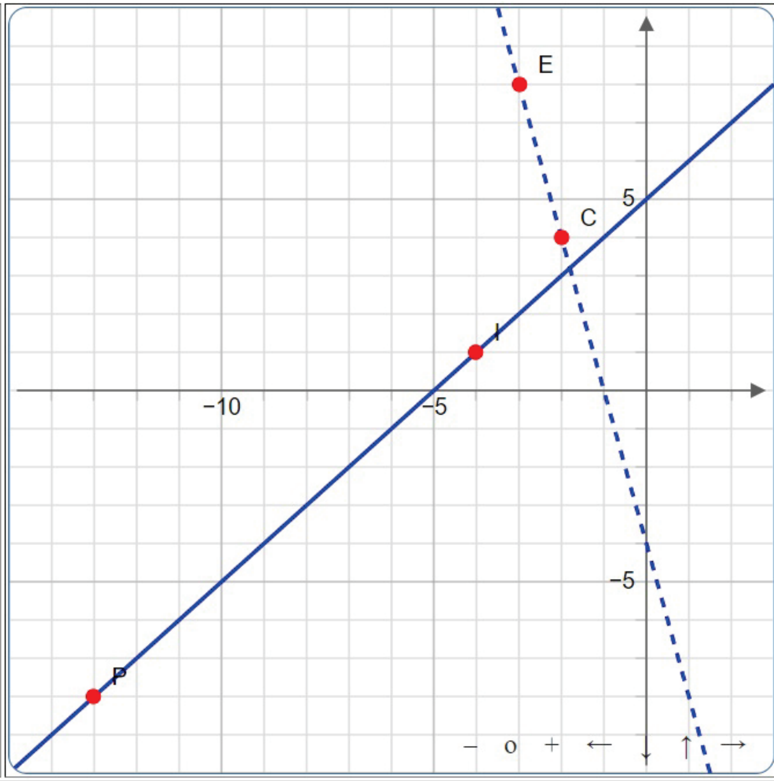
et

$\overrightarrow{IP}$ (-9 ; -9)

Puis calculer le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{IP}$:

$det(\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{IP}) =$ 45

On en déduit que les droites (CE) et (IP) sont



Exercice 1

On considère les points D(3;1) , F(-1;-3) , S(8;3) , W(-8;-13).
Complèter à partir du dessin:

$\overrightarrow{DF}$ (-4 ; -4)

et

$\overrightarrow{SW}$ (-16 ; -16)

$\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}-4\\-4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{SW}\begin{pmatrix}-16\\-16\end{pmatrix}$

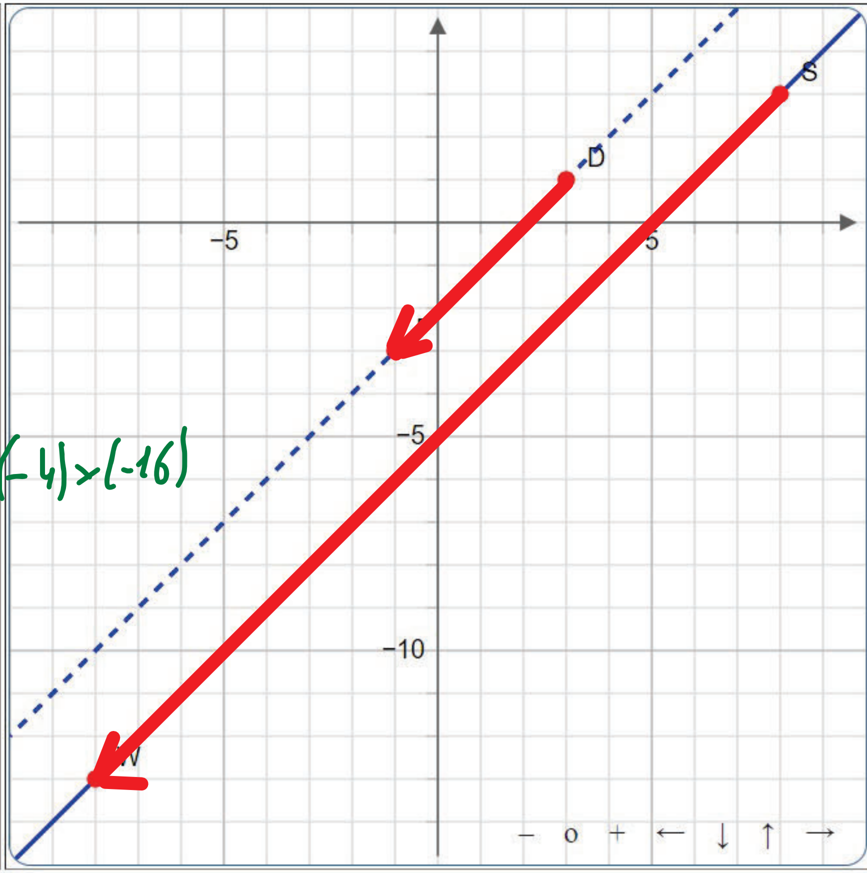
$det(\overrightarrow{DF}, \overrightarrow{SW}) = -4\times(-16) - (-4)\times(-16)$

$= 0$

Puis calculer le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{SW}$:

$det(\overrightarrow{DF}, \overrightarrow{SW}) =$ 0

On en déduit que les droites (DF) et (SW) sont Parallèles



Exercice 2 :

On considère les points C(-2;4) , E(-3;8) , I(-4;1) , P(-13;-8).
Complèter à partir du dessin:

$\overrightarrow{CE}$ (-1 ; 4)

et

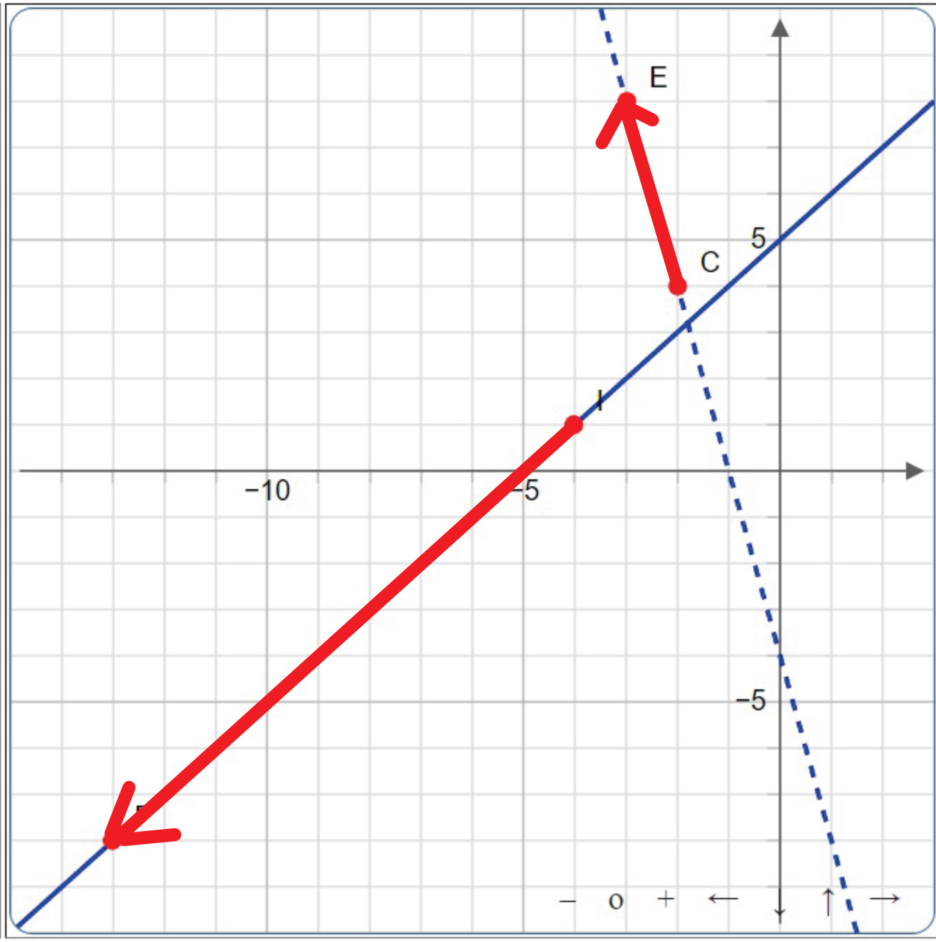
$\overrightarrow{IP}$ (-9 ; -9)

$$\det\left(\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}; \overrightarrow{IP}\begin{pmatrix}-9\\-9\end{pmatrix}\right)$$
$$= (-1)\times(-9) - 4\times(-9)$$
$$= 9 + 36 = 45$$

Puis calculer le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{IP}$:

$det(\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{IP}) =$ 45

On en déduit que les droites (CE) et (IP) sont non parallèles



On considère les points D(3;1) , F(-1;-3) , S(8;3) , W(-8;-13).
Complèter à partir du dessin:

$\overrightarrow{DF}$ (-4 ; -4)

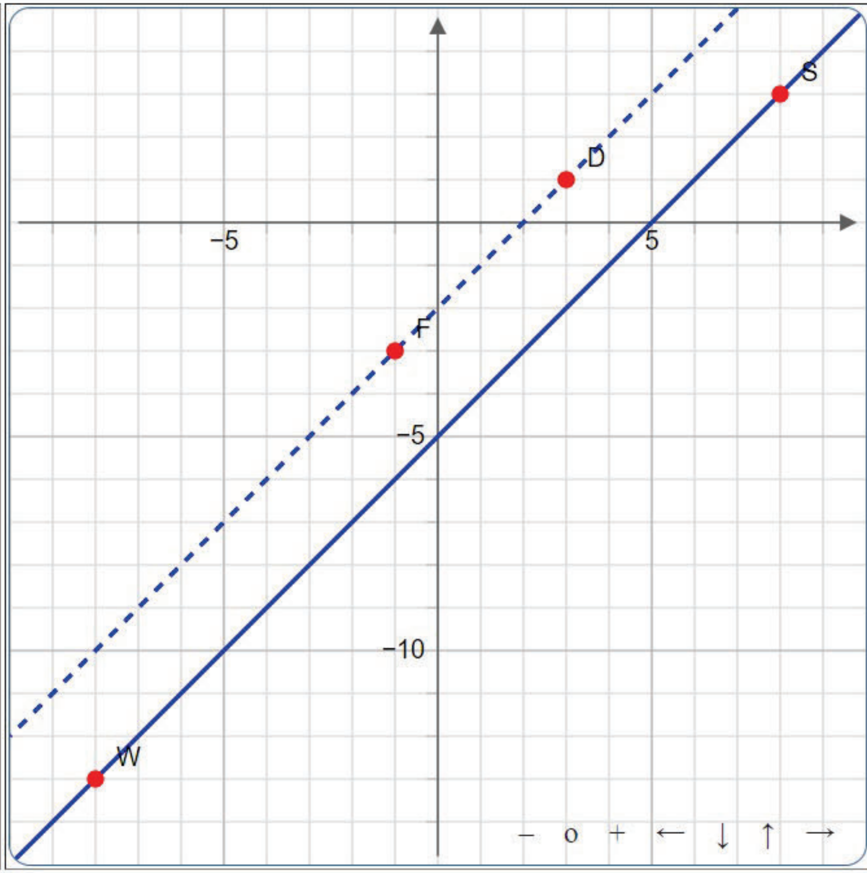
et

$\overrightarrow{SW}$ (-16 ; -16)

Puis calculer le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{SW}$:

$det(\overrightarrow{DF}, \overrightarrow{SW}) =$ 0

On en déduit que les droites (DF) et (SW) sont



$det(\vec{u},\vec{v}) = 0$

$\neq 0$

On considère les points C(-2;4) , E(-3;8) , I(-4;1) , P(-13;-8).
Complèter à partir du dessin:

$\overrightarrow{CE}$ (-1 ; 4)

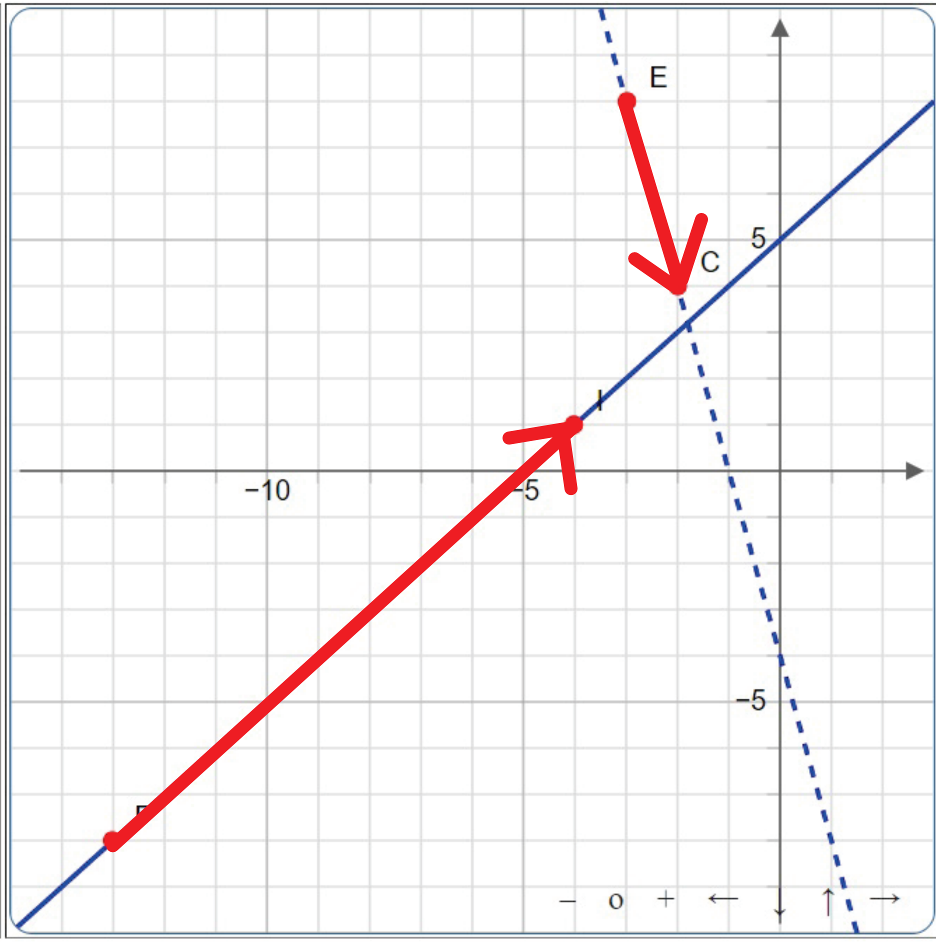
et

$\overrightarrow{IP}$ (-9 ; -9)

Puis calculer le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{IP}$:

$det(\overrightarrow{CE},\overrightarrow{IP}) =$ 45

On en déduit que les droites (CE) et (IP) sont



Exercice

On considère les points D(3;1) , F(-1;-3) , S(8;3) , W(-8;-13).

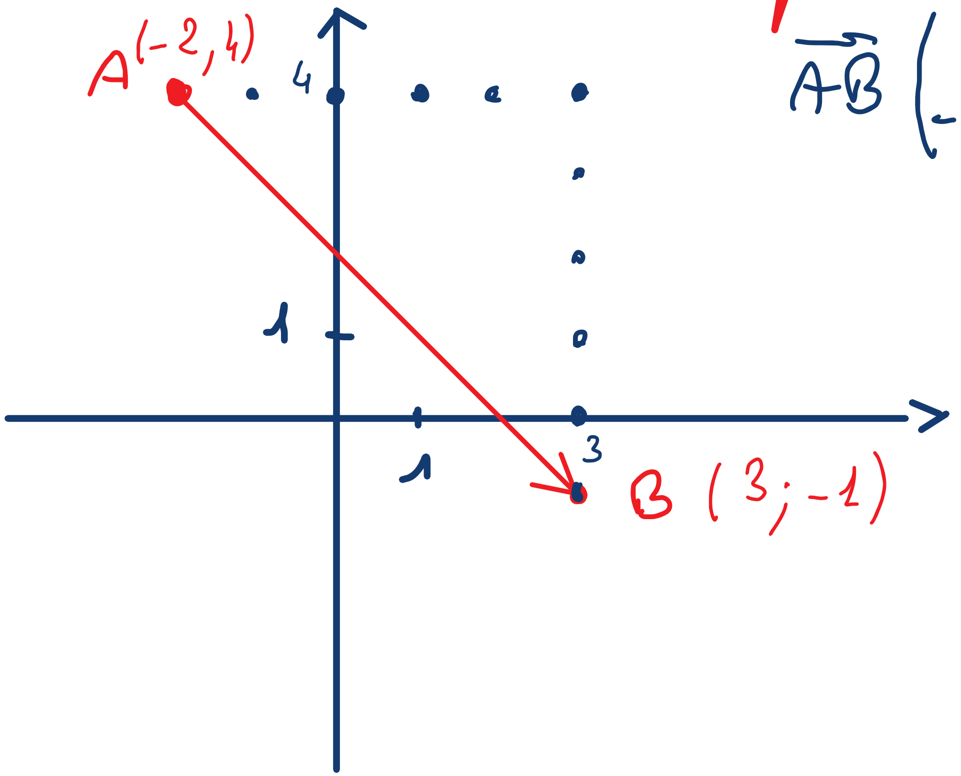
Montrer que (DF) // (SW)

PARALLELISME_DETERMINANT1
PARALLELISME_DETERMINANT2

Rappel : Il y a deux méthodes pour trouver les coordonnées d'un vecteur

Si $A(-2;4)$ et $B(3;-1)$

Méthode 1 : lecture graphique



$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$

Méthode 2 : Calcul

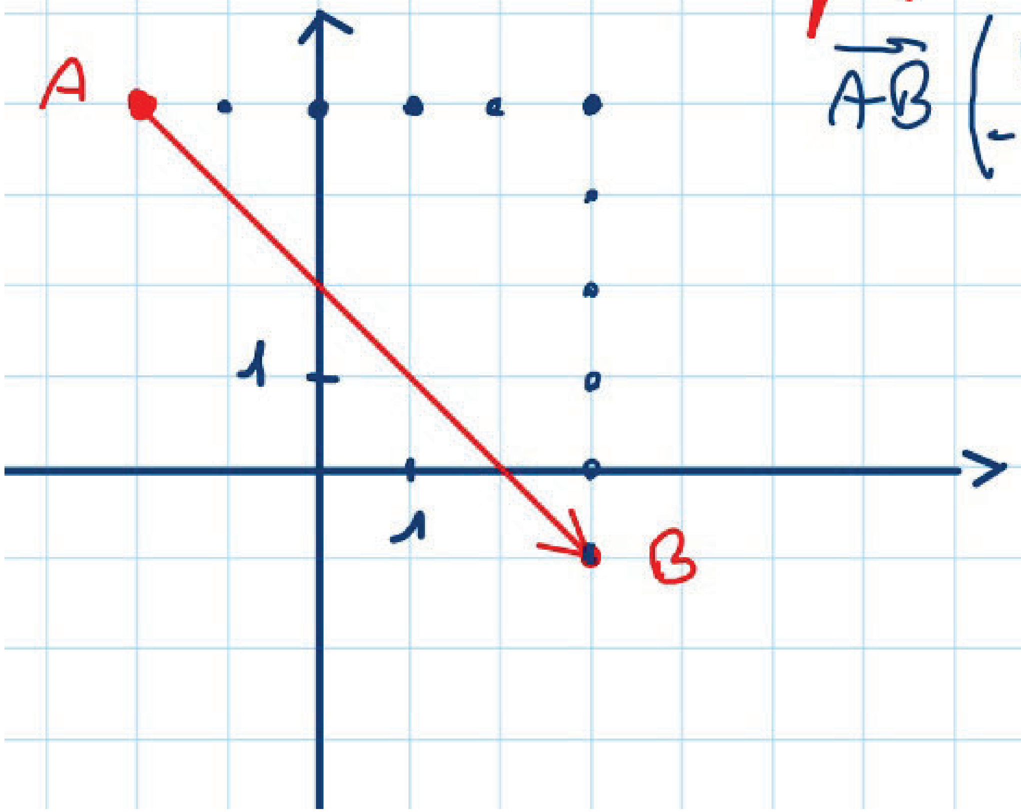
$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \boxed{\begin{array}{c} x_B \\ \\ y_B \end{array}} - \boxed{\begin{array}{c} x_A \\ \\ y_A \end{array}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc} A & & D \end{array}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 - (-2) \\ -1 - 4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Méthode 1 : lecture graphique



$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$

Méthode 2 : Calcul

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \underset{A}{\boxed{\begin{matrix} x_B \\ y_B \end{matrix}}} & \begin{matrix} - \\ - \end{matrix} & \underset{D}{\boxed{\begin{matrix} x_A \\ y_A \end{matrix}}} \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 - (-2) \\ -1 - 4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Exercice 1

On considère les points D(3;1) , F(-1;-3) , S(8;3) , W(-8;-13).

Les droites (DF) et (SW) sont-elles //

$$\overrightarrow{DF} \begin{pmatrix} x_F - x_D \\ y_F - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1-3 \\ -3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{SW} \begin{pmatrix} x_W - x_S \\ y_W - y_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8-8 \\ -13-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ -16 \end{pmatrix}$$

$$\det\left(\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{SW}\begin{pmatrix} -16 \\ -16 \end{pmatrix}\right) = -4 \times (-16) - (-4) \times (-16) = 0$$

Donc (DF) // (SW)

Exercice 2

On considère les points C(-2;4) , E(-3;8) , I(-4;1) , P(-13;-8).

$$\overrightarrow{CE} \begin{pmatrix} x_E - x_C \\ y_E - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3-(-2) \\ 8-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{IP} \begin{pmatrix} x_P - x_I \\ y_P - y_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13-(-4) \\ -8-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$\det\left(\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}; \overrightarrow{IP}\begin{pmatrix} -9 \\ -9 \end{pmatrix}\right) = -1\times(-9) - 4\times(-9) = 45 \neq 0$$

(CE) et (IP) sont non parallèles.

Exercice 1

On considère les points D(3;1) , F(-1;-3) , S(8;3) , W(-8;-13).

Montrer que $(DF) // (SW)$

Il suffit de montrer que les vecteurs

$\vec{DF}$ et $\vec{SW}$ sont colineaires.

Exercice 2

On considère les points C(-2;4) , E(-3;8) , I(-4;1) , P(-13;-8).

Montrer que les droites (CI) et (PE) sont non parallèles.

PARALLELISME_DETERMINANT3 (sans dessin)

VECTEURS_COLINEAIRES4

Sur la figure ci-contre, vous pouvez déplacer le vecteur $\overrightarrow{u}$ et le point rouge.

Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires avec
$\overrightarrow{v} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{u}$.

Placer correctement le vecteur $\overrightarrow{v}$ en déplaçant le point rouge puis compléter:

$\overrightarrow{u}$ ([ ] ? [ ] ?)

et

$\overrightarrow{v}$ ([ ] ? [ ] ?)

Puis calculer le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$:

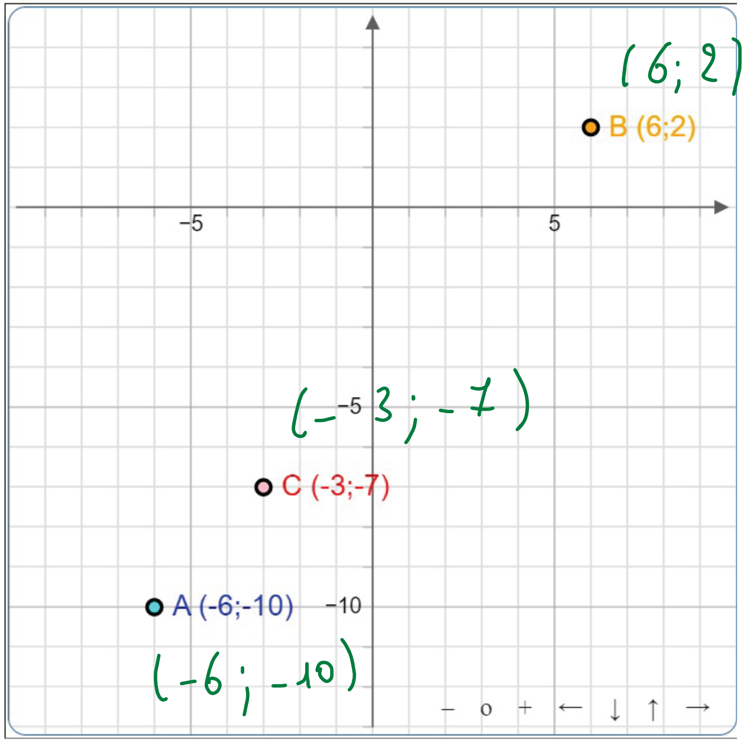
$det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = u_x \times v_y - u_y \times v_x =$ [?*(?)-?*(?)] ? = [ ] ?

2. Points alignés

Propriété

Trois points distincts A, B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

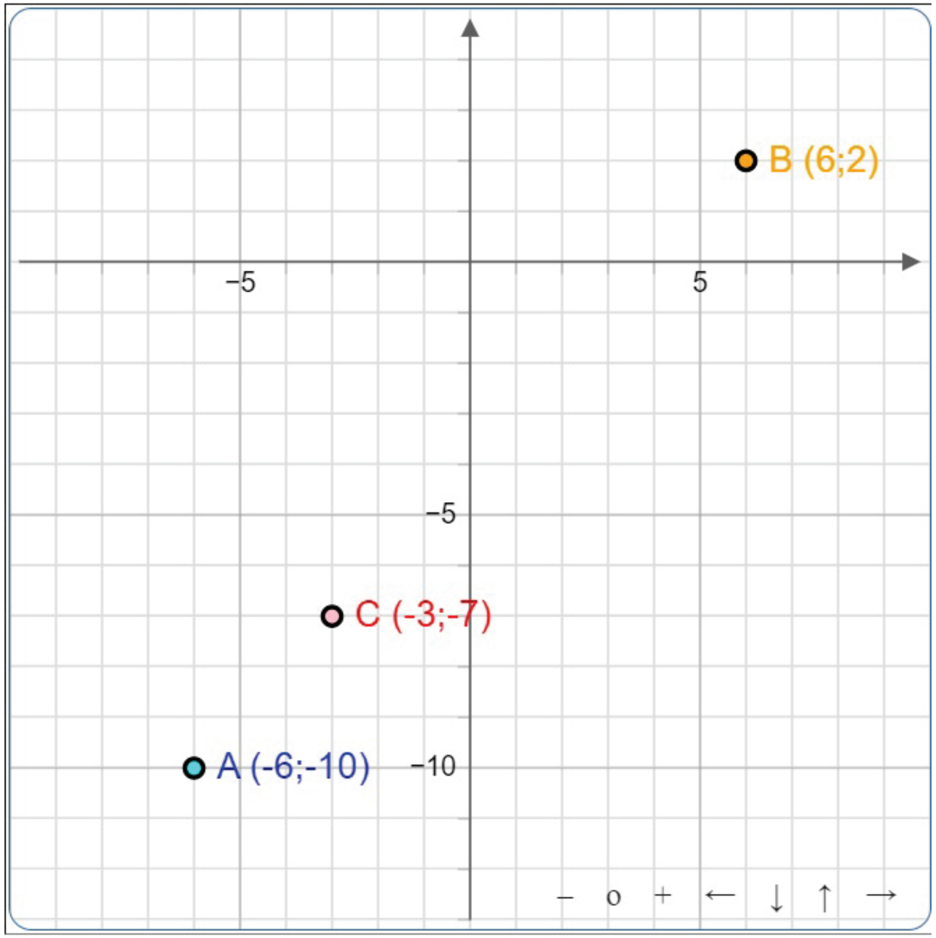
Exercice 1



Les points sont-ils alignés ?

POINTS_ALIGNES.ggb

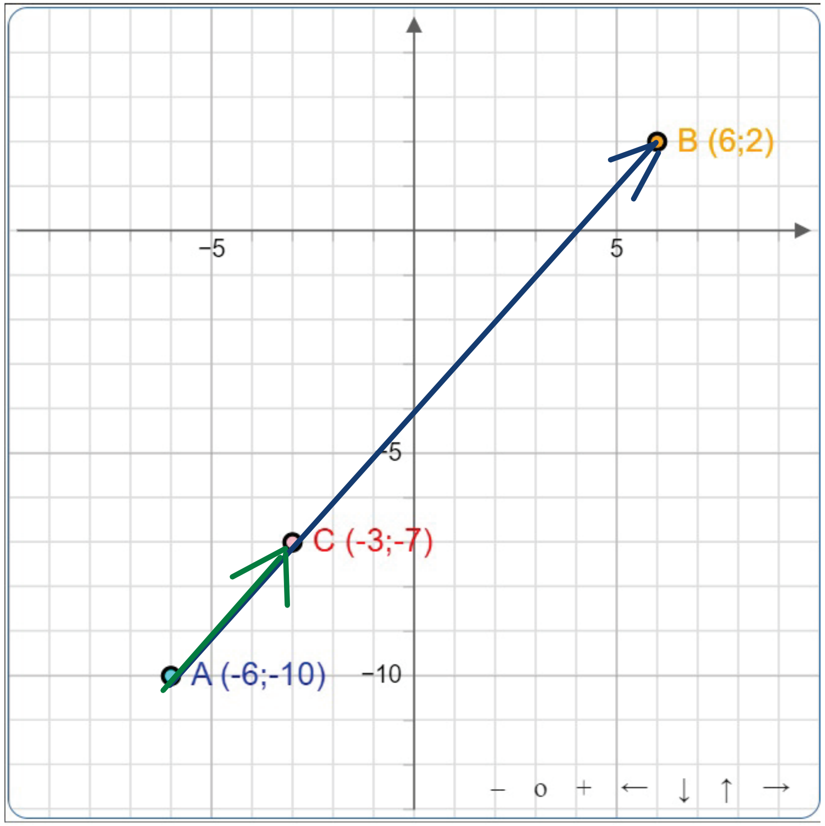
Exercice 1



Les points sont-ils alignés ?

Méthode 1

Exercice 1



Méthode 1

$\vec{AC}\begin{pmatrix} -3-(-6) \\ -7-(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\vec{AB}\begin{pmatrix} 6-(-6) \\ 2-(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} = 4\vec{AC}$

Donc A, B et C alignés

Méthode 2

$\det\left(\vec{AC}\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} ; \vec{AB}\begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix}\right) = 3\times 12 - 3\times 12$

$= 0$

Les vecteurs $\vec{AC}$ et $\vec{AB}$ sont colinéaires

donc A, B et C sont alignés

Méthode 1

$$\vec{AC}\begin{pmatrix} -3-(-6) \\ -7-(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB}\begin{pmatrix} 6-(-6) \\ 2-(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$\vec{AB} = 4\vec{AC}$

Donc A, B et C alignés

Méthode 2

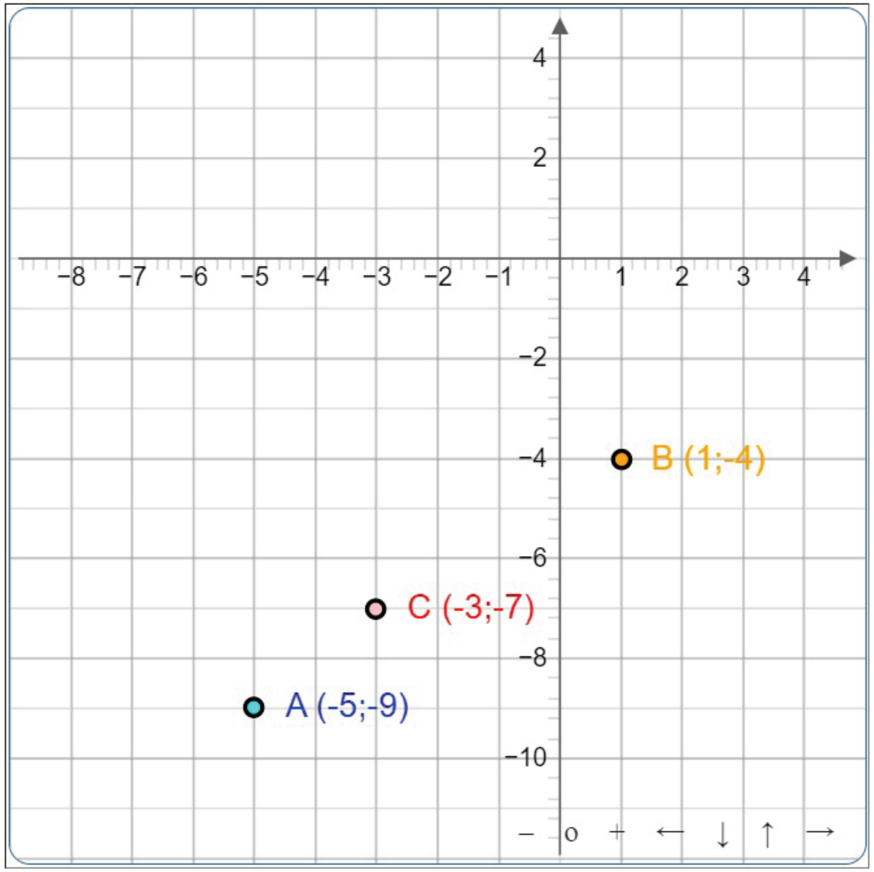
$$\det\left(\vec{AC}\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} ; \vec{AB}\begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix}\right) = 3\times 12 - 3\times 12$$

$$= 0$$

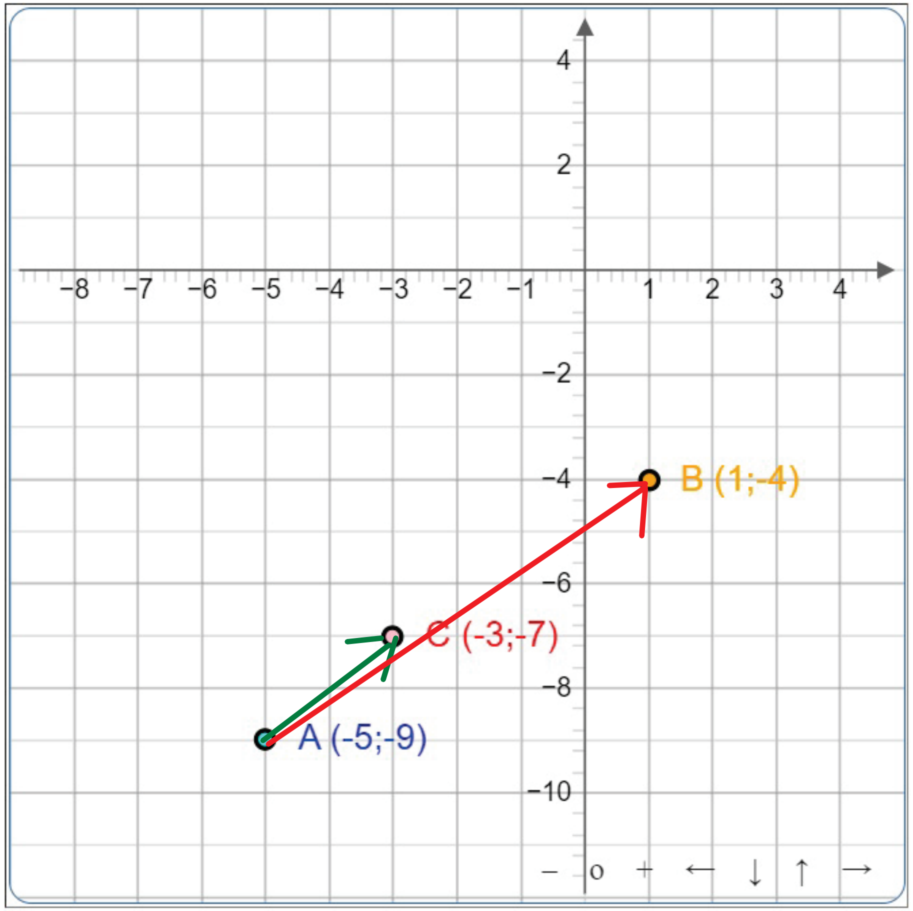
Les vecteurs $\vec{AC}$ et $\vec{AB}$ sont colinéaires

donc A, B et C sont alignés

Exercice 2



Exercice 2



Méthode 2

$$\vec{AC}\begin{pmatrix}-3-(-5)\\-7-(-9)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$$

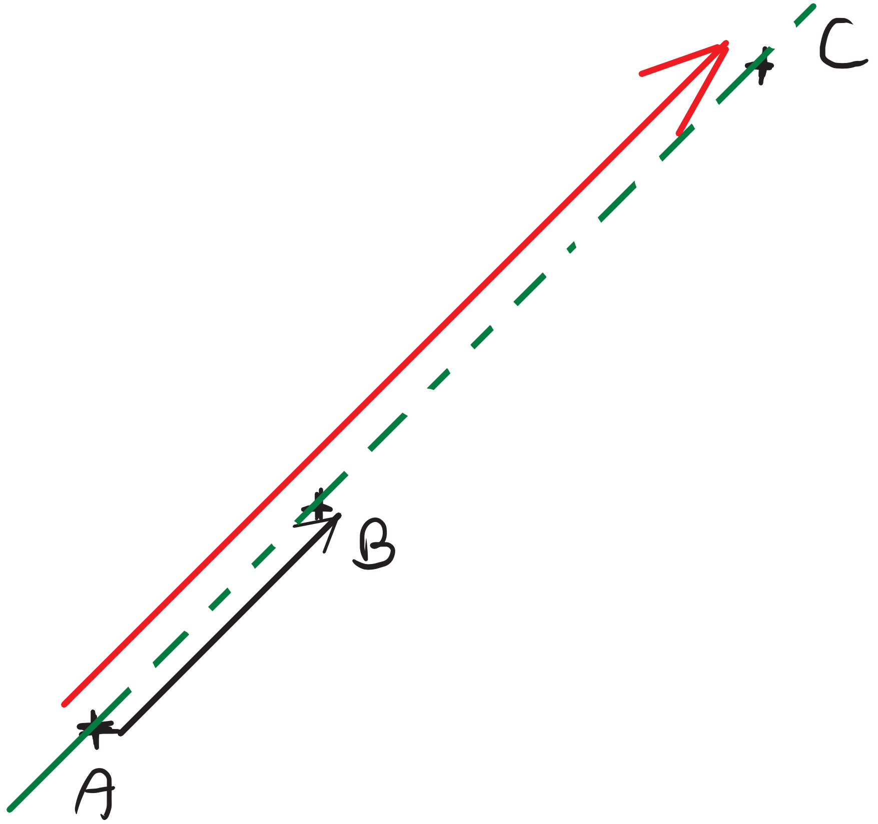
$$\vec{AB}\begin{pmatrix}1-(-5)\\-4-(-9)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\5\end{pmatrix}$$

$$\det\left(\vec{AC}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix};\vec{AB}\begin{pmatrix}6\\5\end{pmatrix}\right)$$

$$= 2\times5-2\times6 = 10-12 = -2$$

Les points ne sont pas alignés car $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont non colinéaires

Révisions



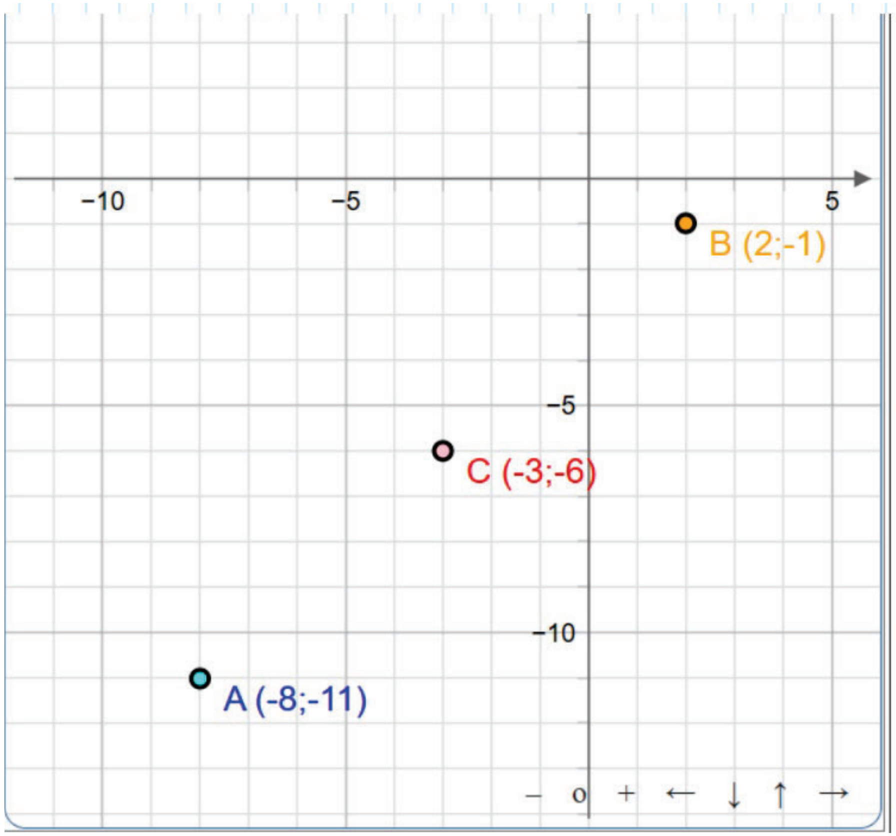
A, B et C sont alignés

$\iff$ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires

$\iff \begin{cases} \overrightarrow{AC} = k\,\overrightarrow{AB} \\ \text{ou} \\ \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 0 \end{cases}$

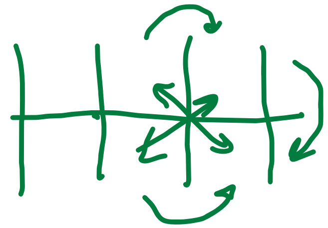
Il faut trouver k.

Exercice 1 $A(-8;-11)$; $B(2;-1)$; $C(-3;-6)$



Méthodes A – D

$$\vec{AB}\begin{pmatrix}10\\10\end{pmatrix}\begin{array}{l}2-(-8)\\-1-(-11)\end{array} \qquad \vec{AC}\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}\begin{array}{l}-3-(-8)\\-6-(-11)\end{array}$$

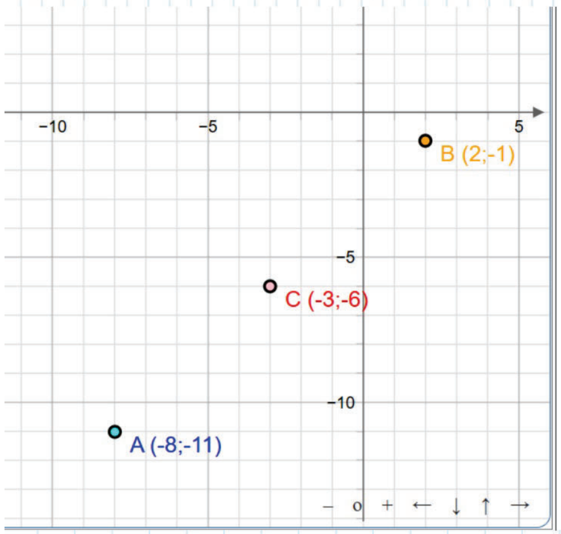


Méthode 1

$$\vec{AB} = 2\,\vec{AC}$$

donc colinéaires

Méthode 2



Méthodes

$\overrightarrow{AB}\begin{array}{c|l} \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} 2-(-8) \\ -1-(-11) \end{array} \end{array}$ $\quad \overrightarrow{AC}\begin{array}{c|l} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} -3-(-8 \\ -6-(-11 \end{array} \end{array}$

Méthode 1

$$\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AC}$$

donc colinéaires

Méthode 2

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \det\left(\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}\right)$$

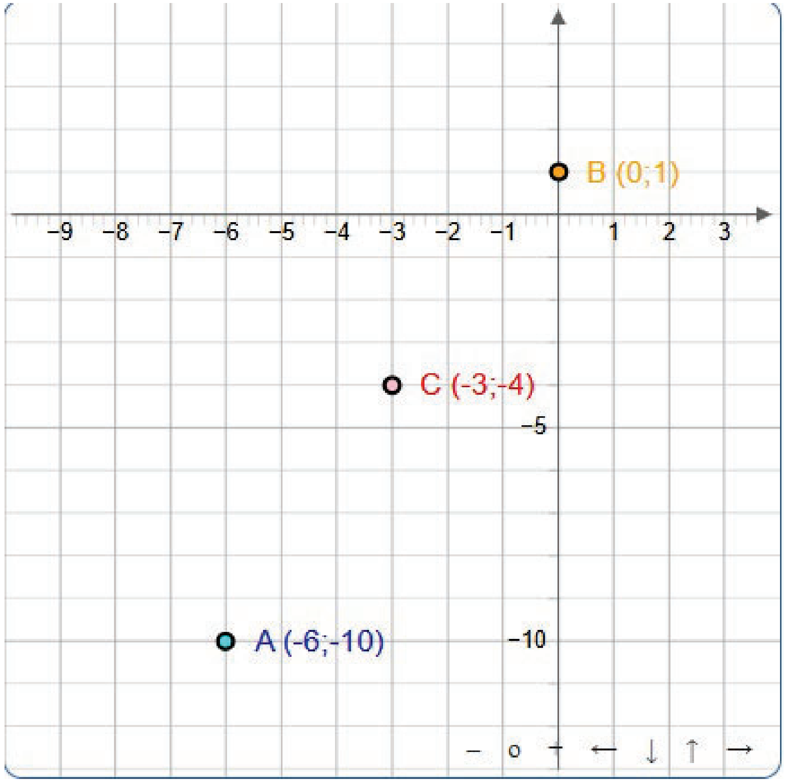
$$= 10 \times 5 - 10 \times 5 = 0$$

donc colinéaires

ALIGNEMENT_COLINEARITE1

Exercice 2

$A(-6\,;-10)$, $B(0\,;1)$ et $C(-3\,;-4)$



$$\vec{AB}\begin{array}{c}\begin{pmatrix}6\\11\end{pmatrix}\end{array}\begin{array}{l}0-(-6)\\1-(-10)\end{array} \qquad \vec{AC}\begin{array}{c}\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}\end{array}\begin{array}{l}-3-(-6)\\-4-(-10)\end{array}$$

Méthode 1

$3 \xrightarrow{\times 2} 6$

$6 \xrightarrow{?} 11$

Non colinéaires

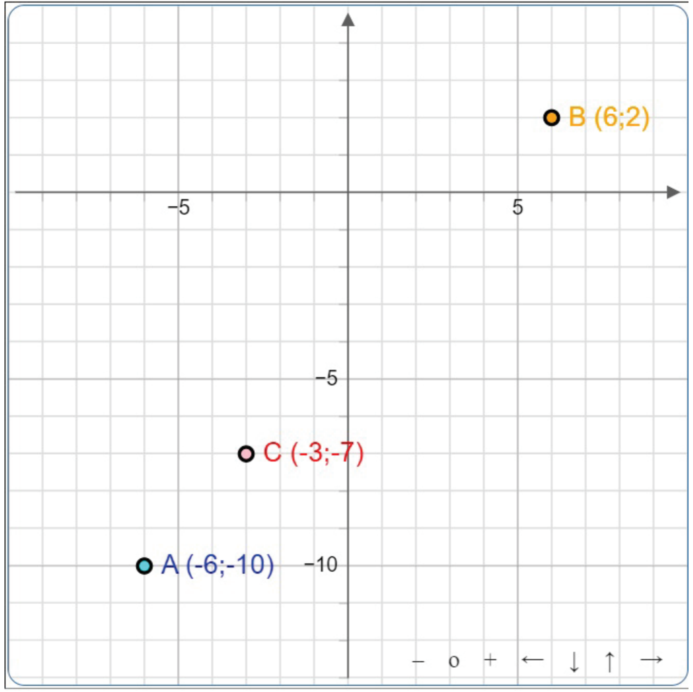
$\boxed{\text{Ex } 63}$

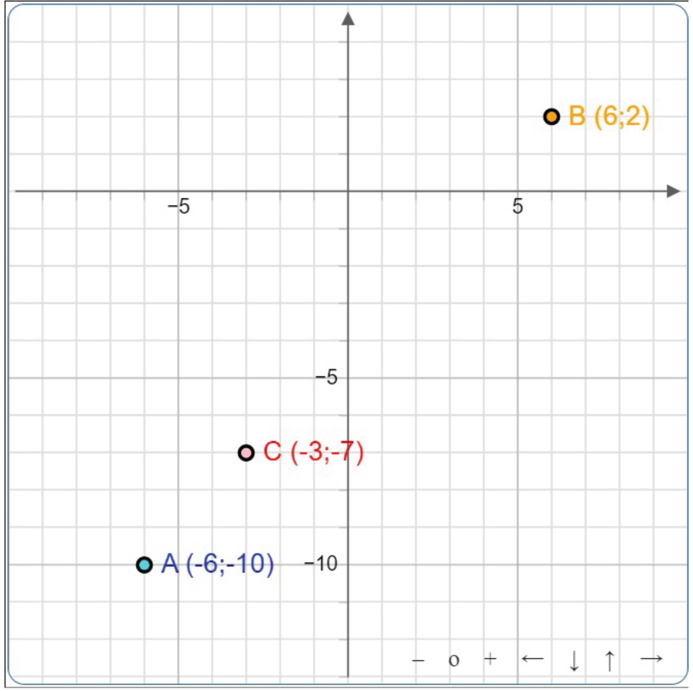
Méthode 2

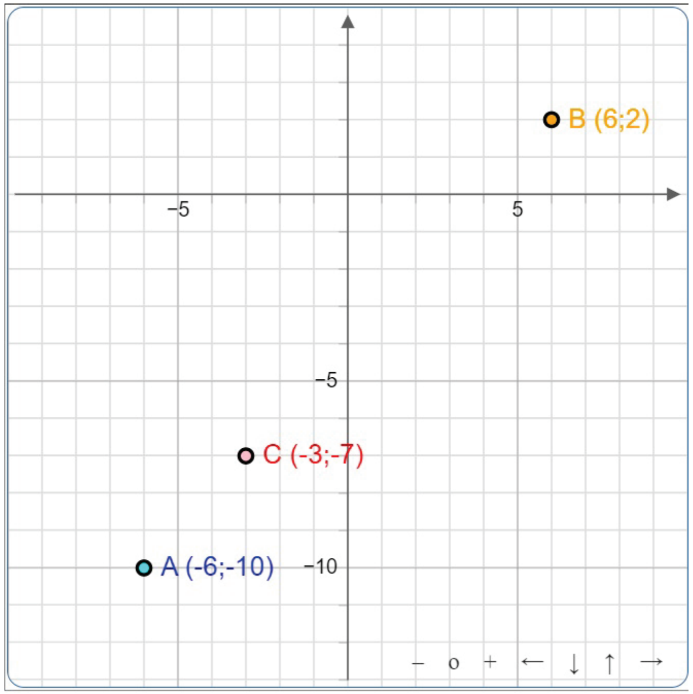
$$\det\left(\vec{AB}\begin{pmatrix}6\\11\end{pmatrix}, \vec{AC}\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}\right) = 6\times 6 - 3\times 11 = 3 \neq 0$$

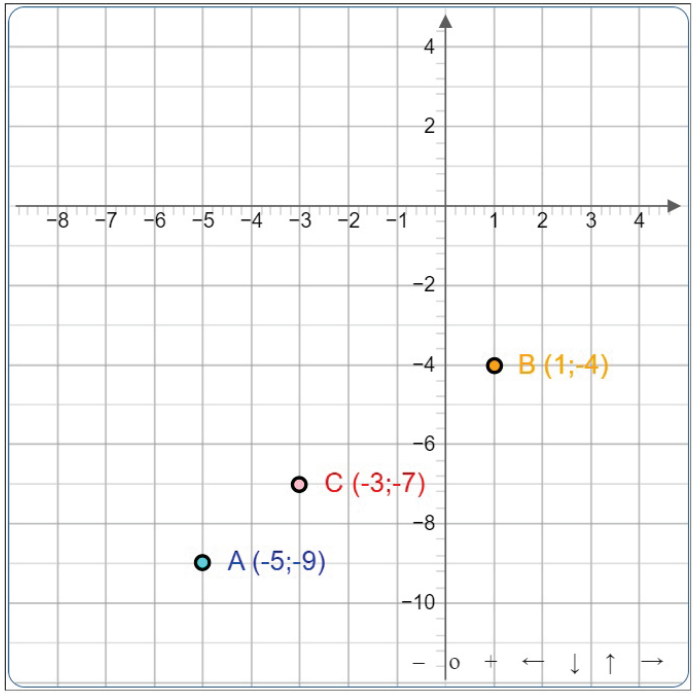
Non colinéaires

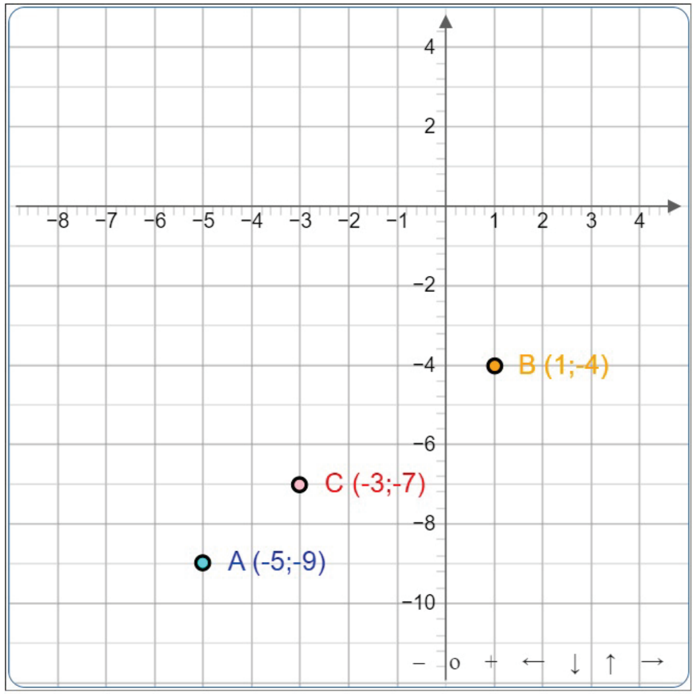
ALIGNEMENT_COLINEARITE2

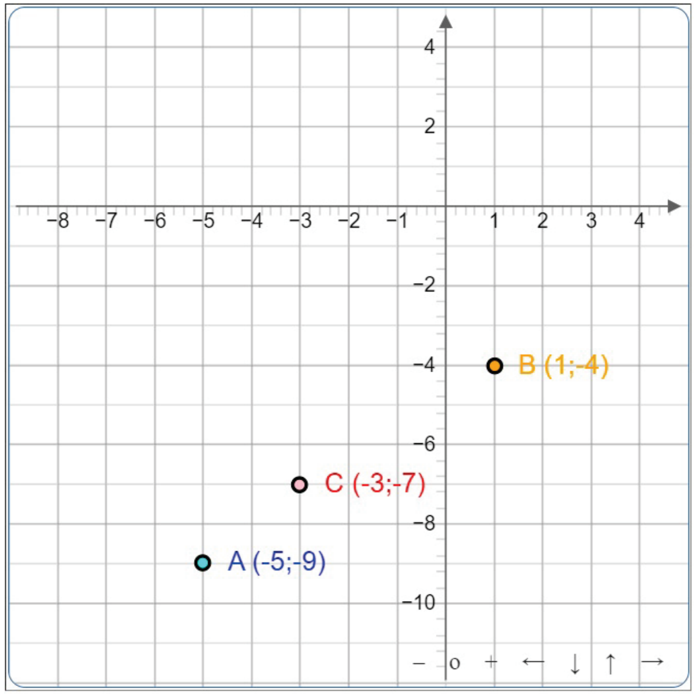

B (6;2)
C (-3;-7)
A (-6;-10)
−5
5
−5
−10


B (6;2)
C (-3;-7)
A (-6;-10)
−5
5
−5
−10


B (6;2)
C (-3;-7)
A (-6;-10)
−5
5
−5
−10


B (1;-4)
C (-3;-7)
A (-5;-9)


B (1;-4)
C (-3;-7)
A (-5;-9)


B (1;-4)
C (-3;-7)
A (-5;-9)

Exercice

On souhaite prouver que les trois points A, B et C sont alignés en utilisant la colinéarité.

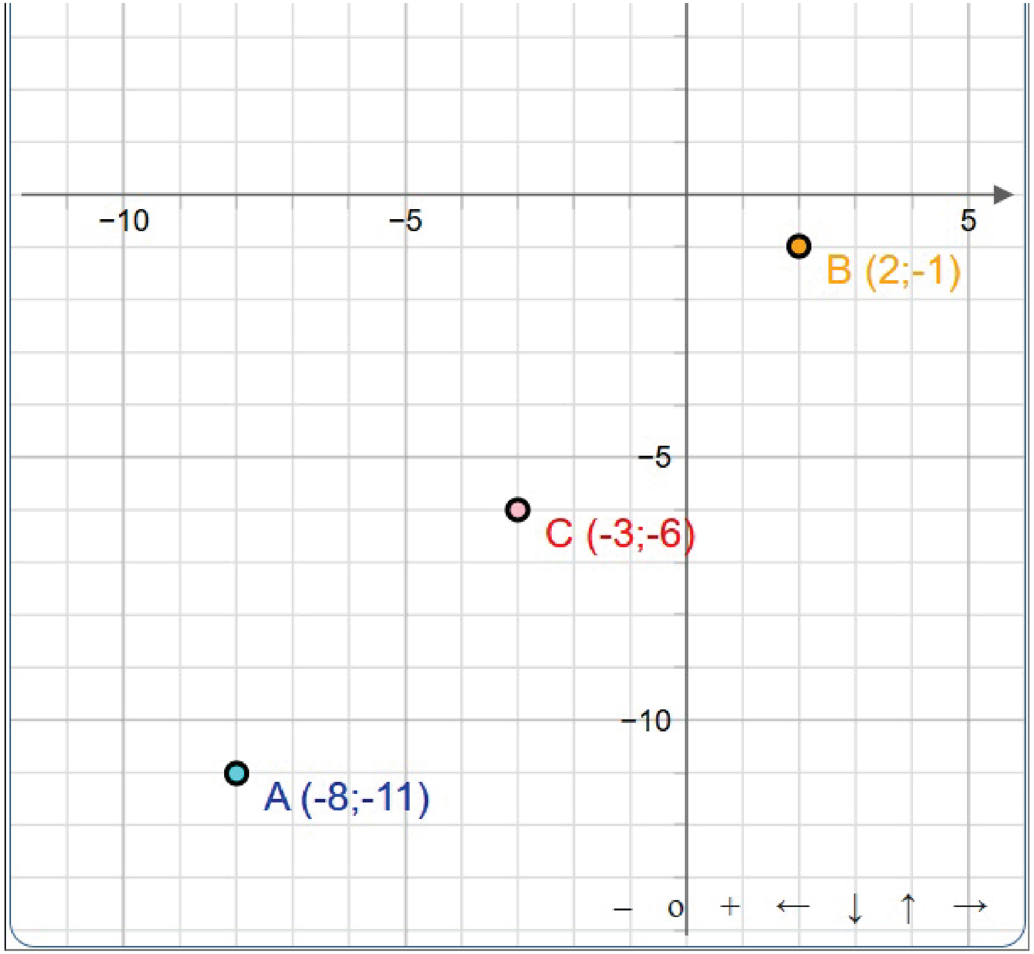
$\overrightarrow{AB}$ (? ?) $\overrightarrow{AC}$ (? ?)

On veut montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
Il existe deux méthodesz:

Méthode 1: Les vecteurs sont liés par l'égalité $\overrightarrow{AB} =$? $\overrightarrow{AC}$

Méthode 2: le déterminant des deux vecteurs est égal à 0:

$det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})=$?*?-?*? ? $= 0$.



Exercice

On souhaite prouver que les trois points A, B et C sont alignés en utilisant la colinéarité.

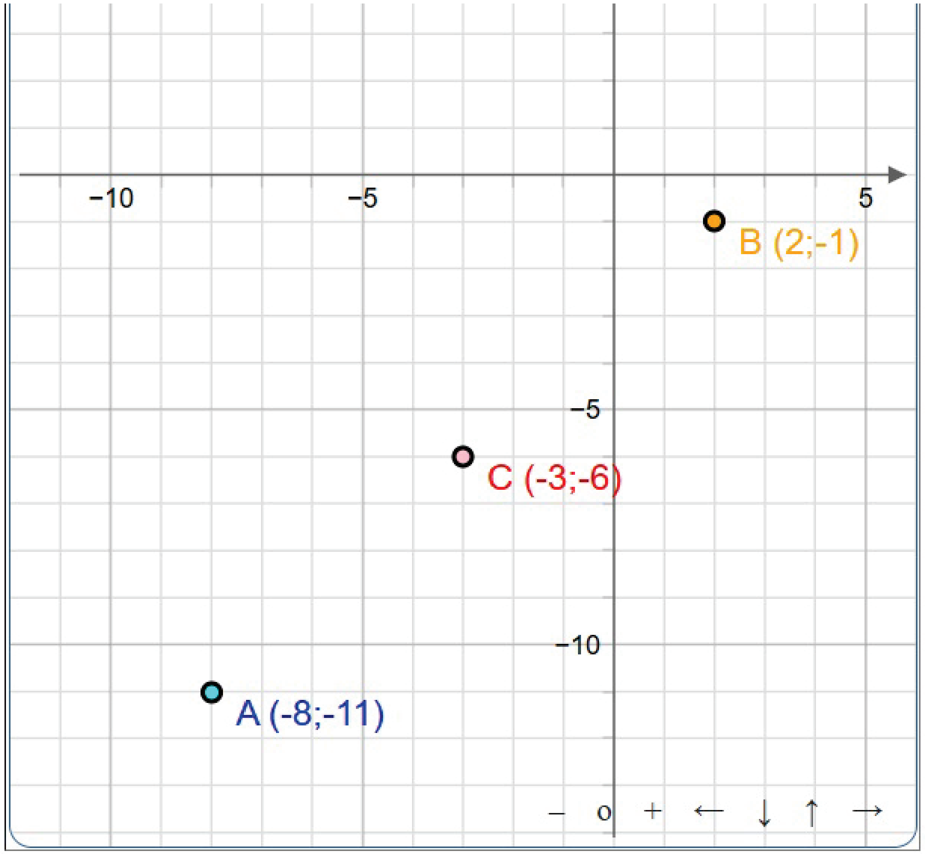
$\overrightarrow{AB}$ (? ?) $\overrightarrow{AC}$ (? ?)

On veut montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
Il existe deux méthodesz:

Méthode 1: Les vecteurs sont liés par l'égalité $\overrightarrow{AB} =$? $\overrightarrow{AC}$

Méthode 2: le déterminant des deux vecteurs est égal à 0:

$det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})=$?*?-?*? ? $= 0.$



ALIGNEMENT_COLINEARITE1
ALIGNEMENT_COLINEARITE2

3. Milieu d'un segment

Propriétés

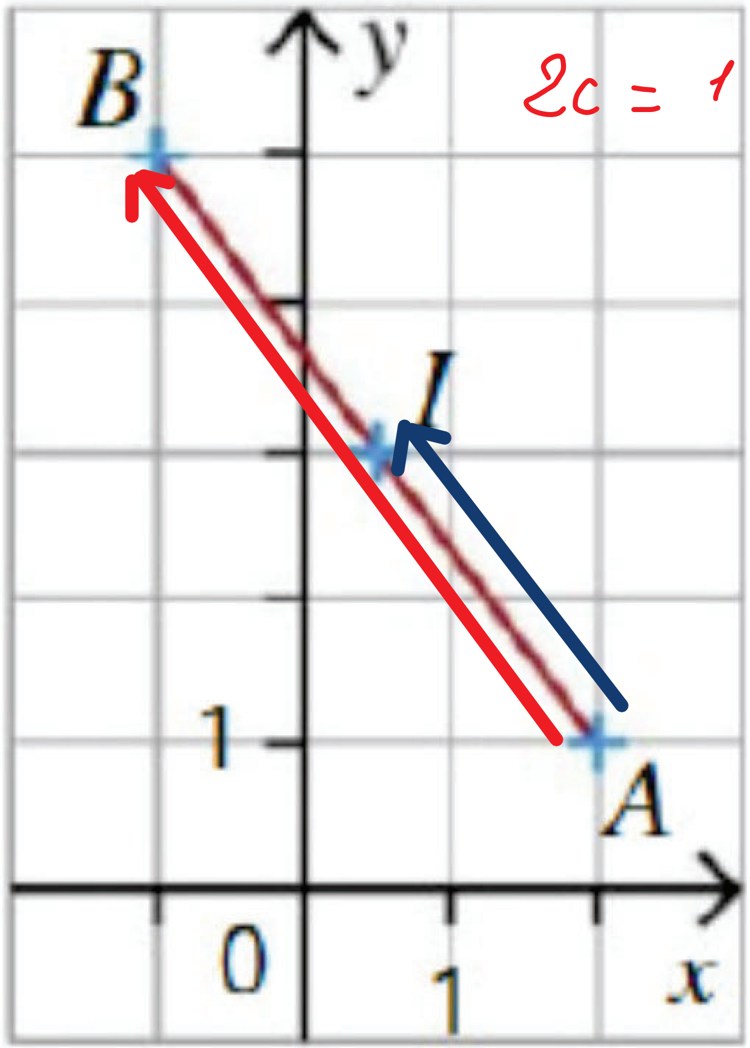
Soient A et B deux points.

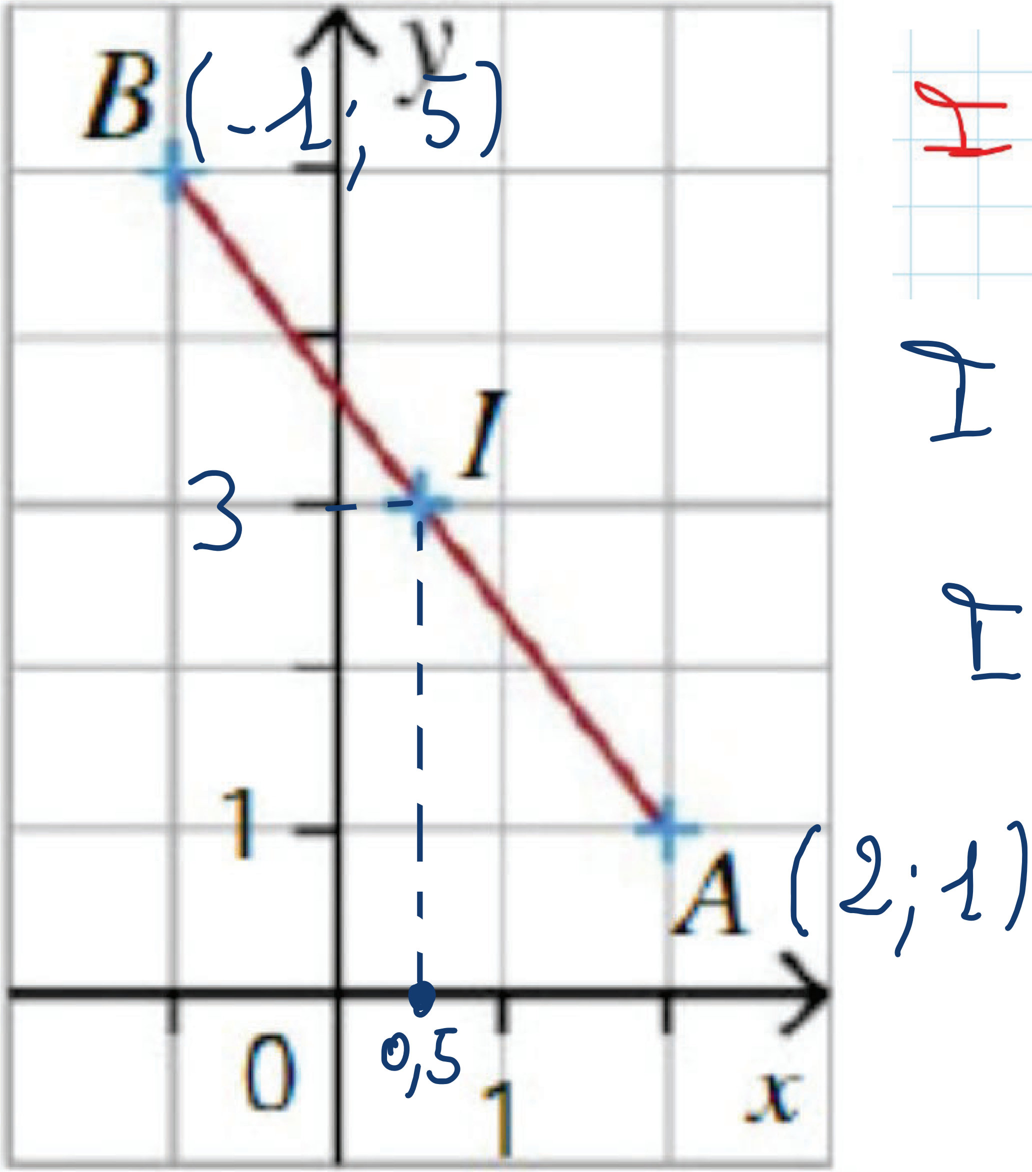
- Le point I est le milieu de $[AB]$ si et seulement si $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$.
- Soient $(x_A\,;y_A)$ et$(x_B\,;y_B)$ les coordonnées respectives de A et de B dans un repère.

Le point I est le milieu de $[AB]$ si et seulement s'il a pour coordonnées :

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ et } y_I = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}\,;\,\frac{y_A + y_B}{2}\right)$$





$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

$$I\left(\frac{2+(-1)}{2} ; \frac{1+5}{2}\right)$$

$$I\left(0,5 ; 3\right)$$

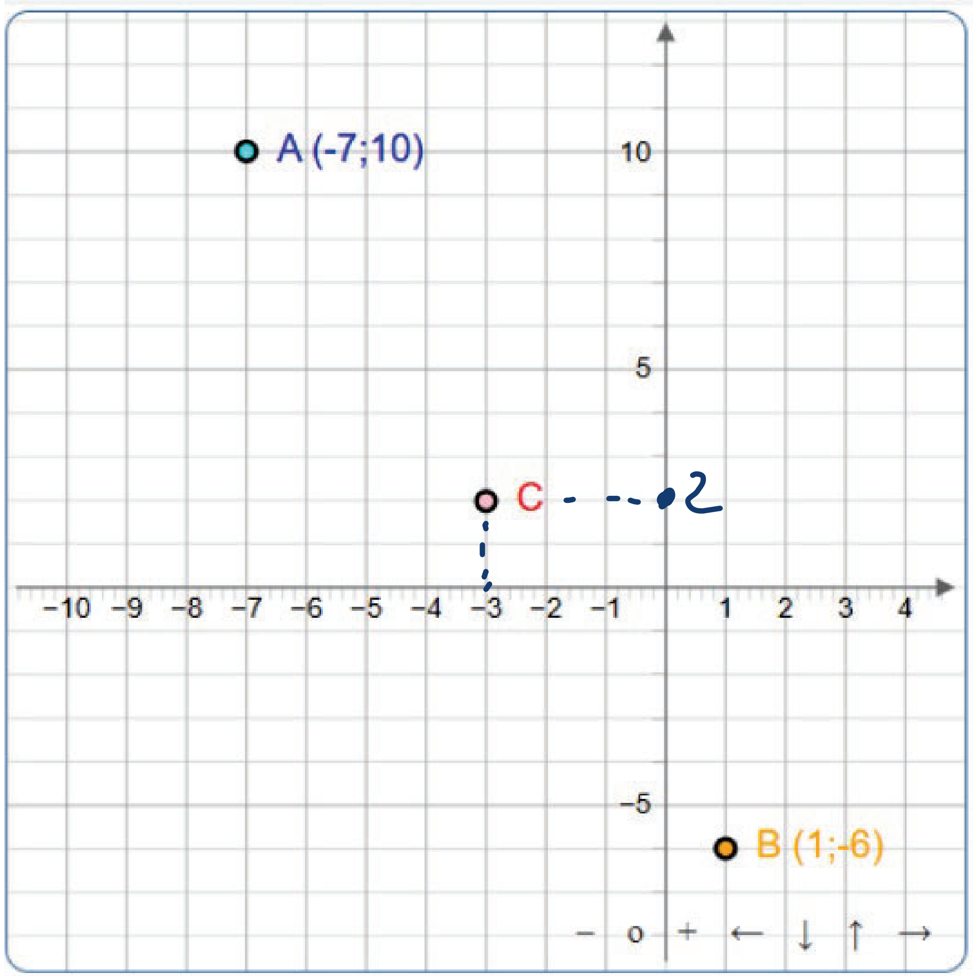
Exemple

On cherche les coordonnées de C milieu de [AB]

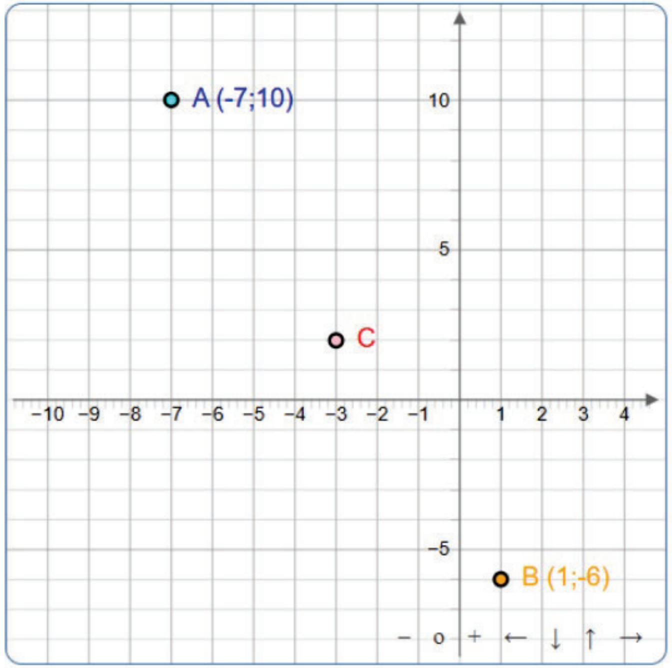
$$C\left(\frac{x_A+x_B}{2}\ ;\ \frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

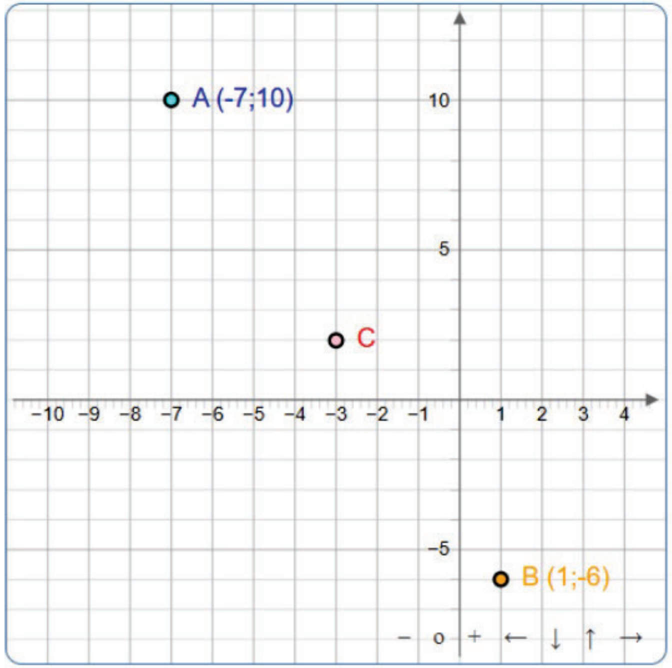
$$C\left(\frac{(-7+1)}{2}\ ;\ \frac{(10+(-6))}{2}\right)$$

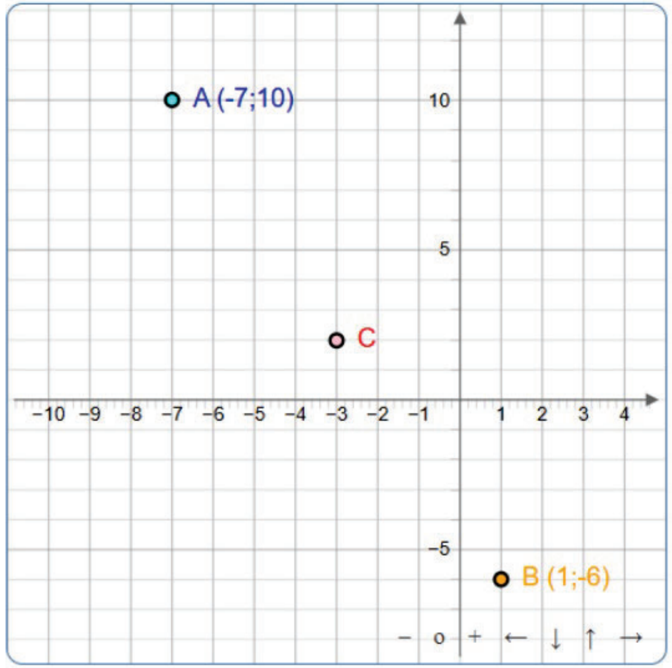
$$C(-3\ ;\ 2)$$

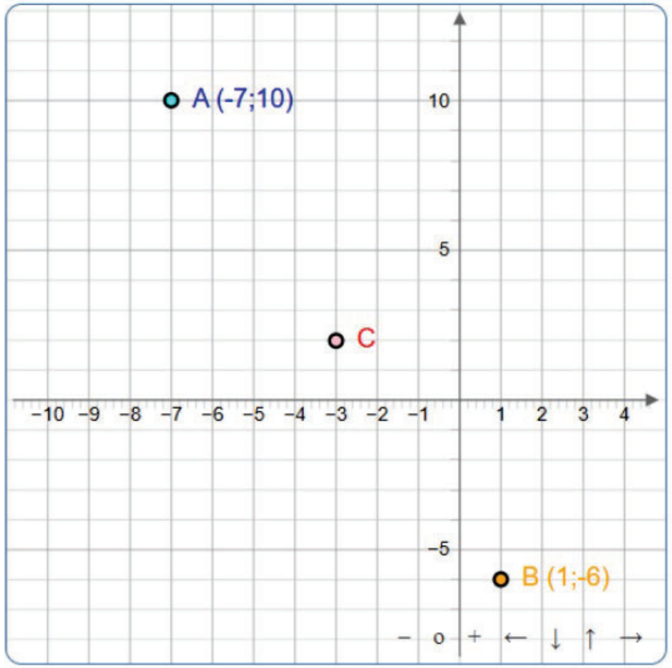


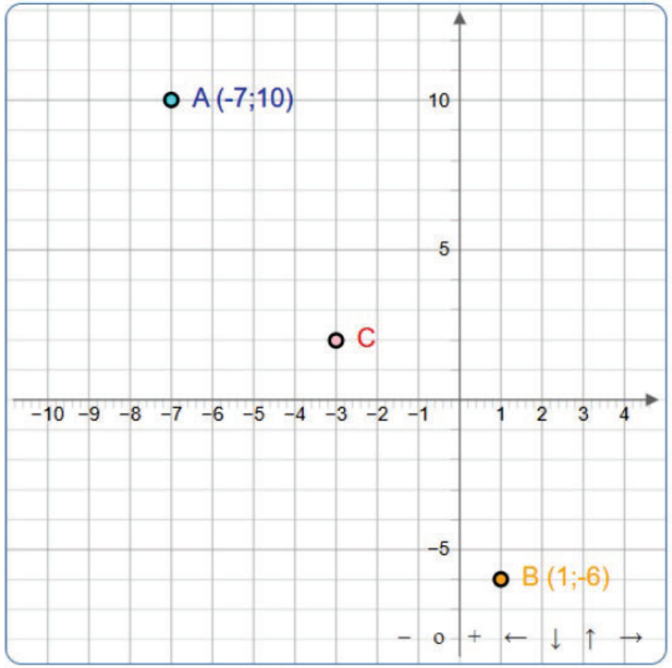
MILIEU_COORDONNEES1.html
MILIEU_COORDONNEES2.html

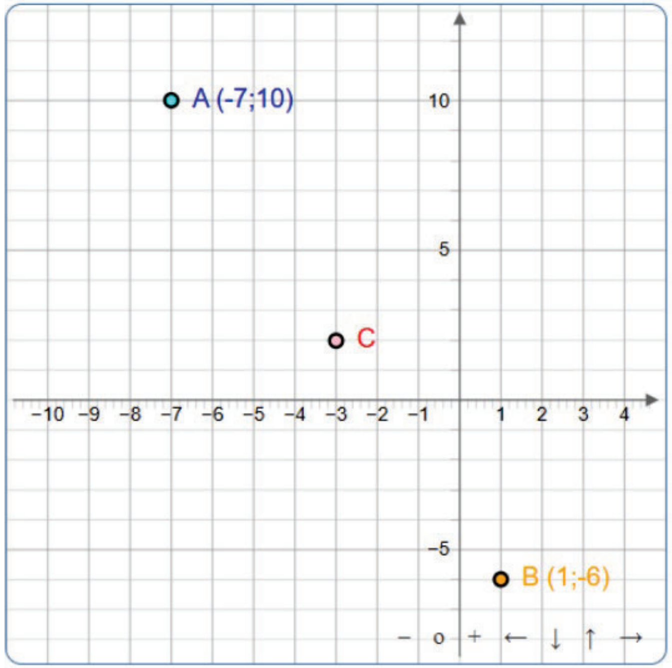

A (-7;10)
C
B (1;-6)

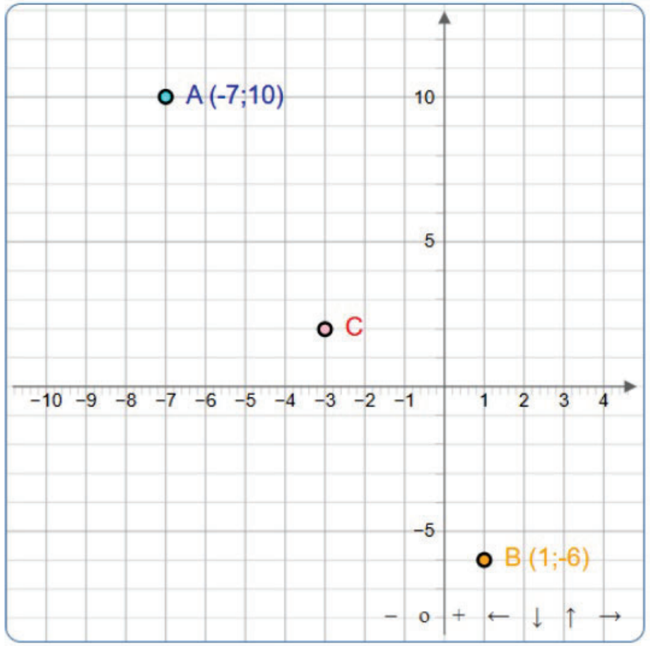

A (-7;10)
C
B (1;-6)

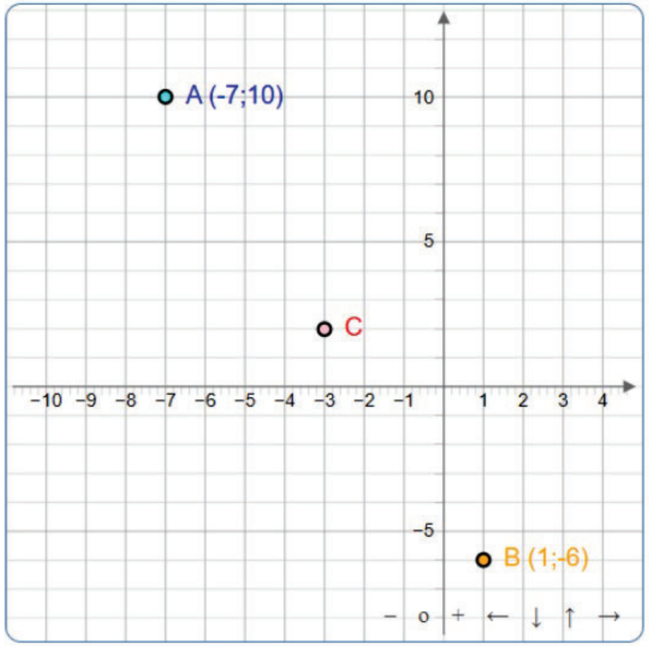

A (-7;10)
C
B (1;-6)

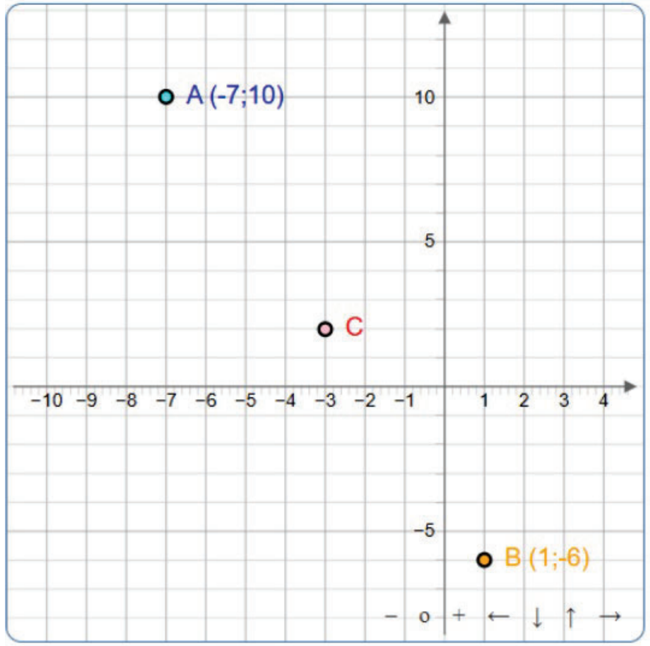

A (-7;10)
C
B (1;-6)

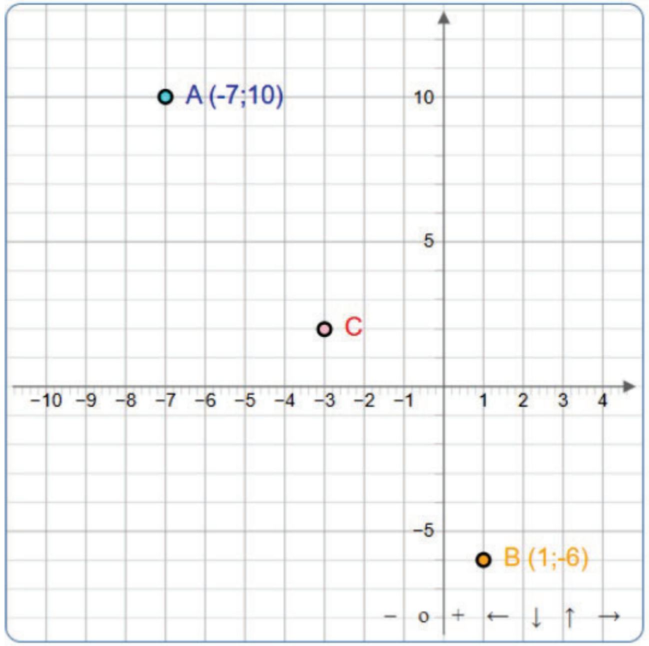

A (-7;10)
C
B (1;-6)

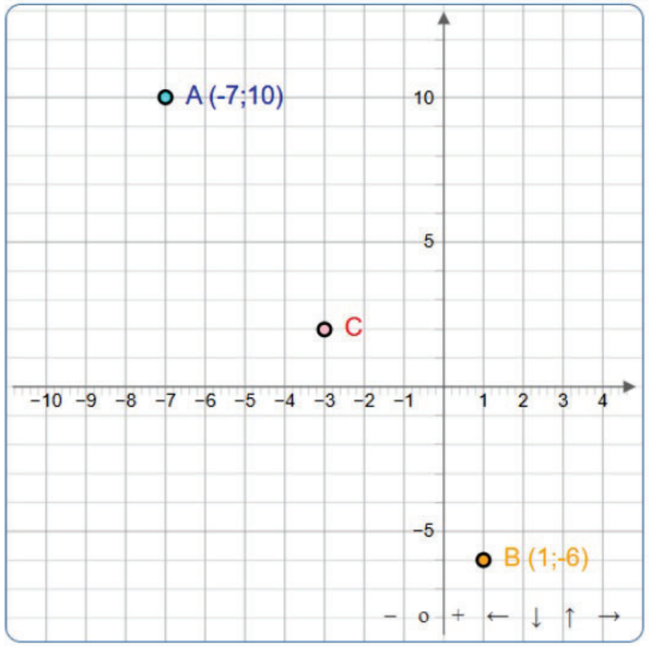

A (-7;10)
C
B (1;-6)

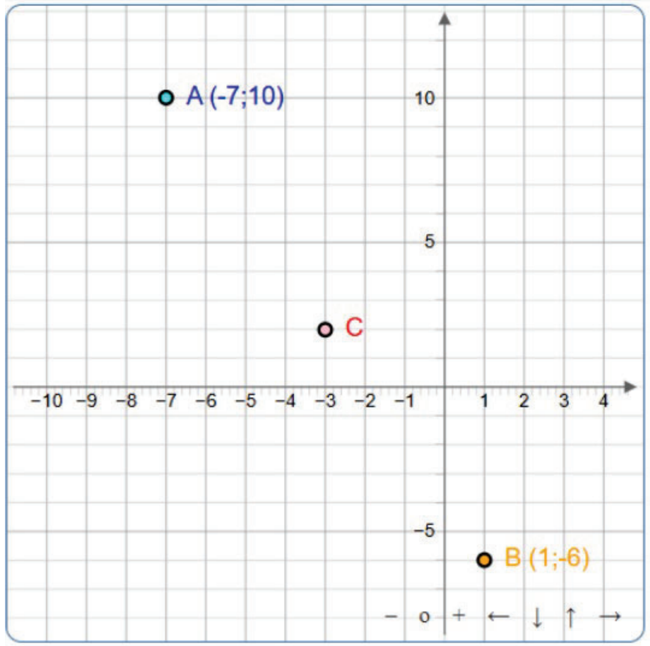

A (-7;10)
C
B (1;-6)


A (-7;10)
C
B (1;-6)


A (-7;10)
C
B (1;-6)


A (-7;10)
C
B (1;-6)

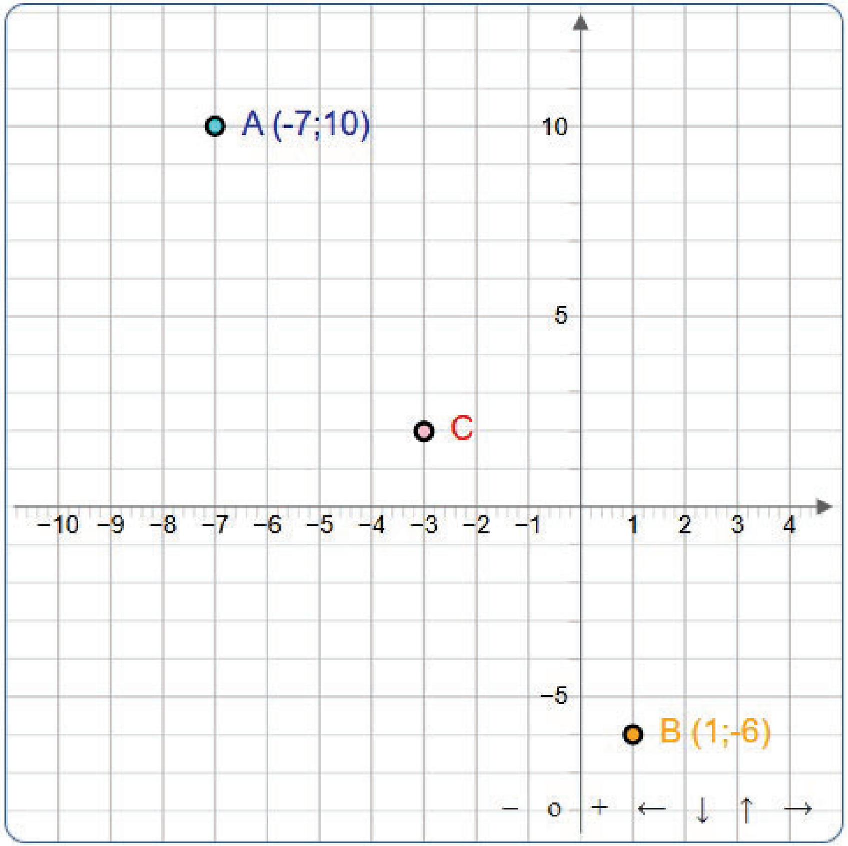

A (-7;10)
C
B (1;-6)


A (-7;10)
C
B (1;-6)

On donne les coordonnées des points A et B. C est le milieu du segment [AB]. Donner le calcul des coordonnées de C:

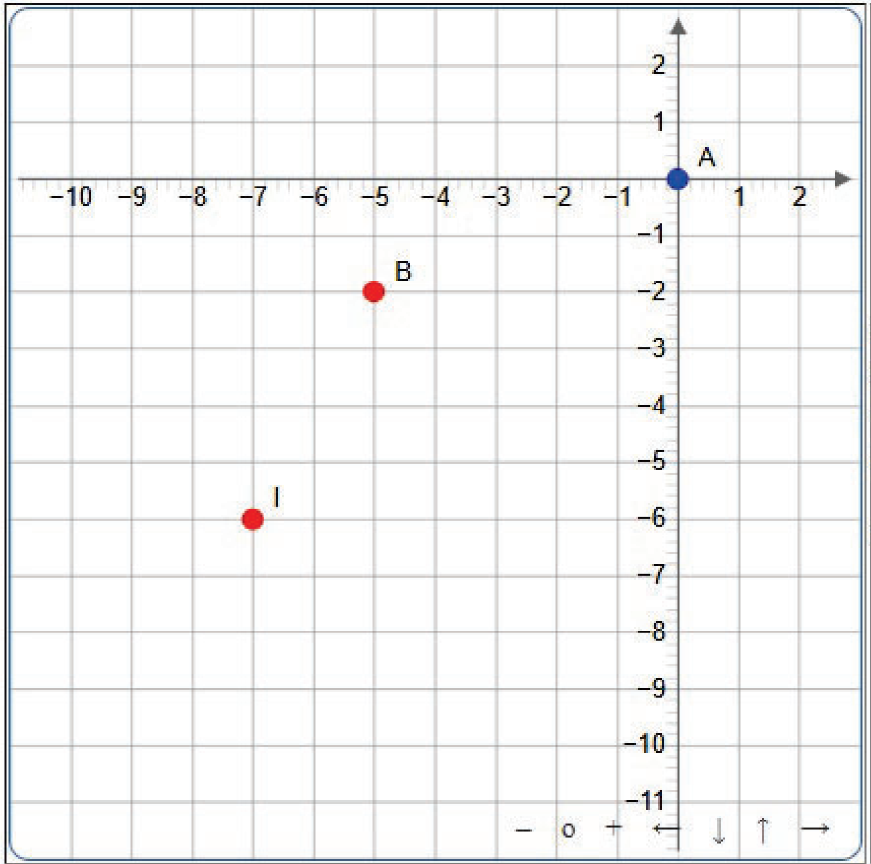
$$x_C = \frac{-7 + 1}{2} = -3$$

$$y_C = \frac{10 + -6}{2} = 2$$



MILIEU_COORDONNEES3

Exercice 1



On considère sur le graphique ci-contre les points B et I. Placer le point A pour que I soit le milieu du segment [AB] puis donner les coordonnées de A:

A(Sol ; Sol)

Placement du point A: Sol

Exercice 2

On considère les points $B(-2;-14)$ et $I(-4;-10)$.

On cherche les coordonnées du point A pour que I soit le milieu du segment [AB], donner les coordonnées de A:

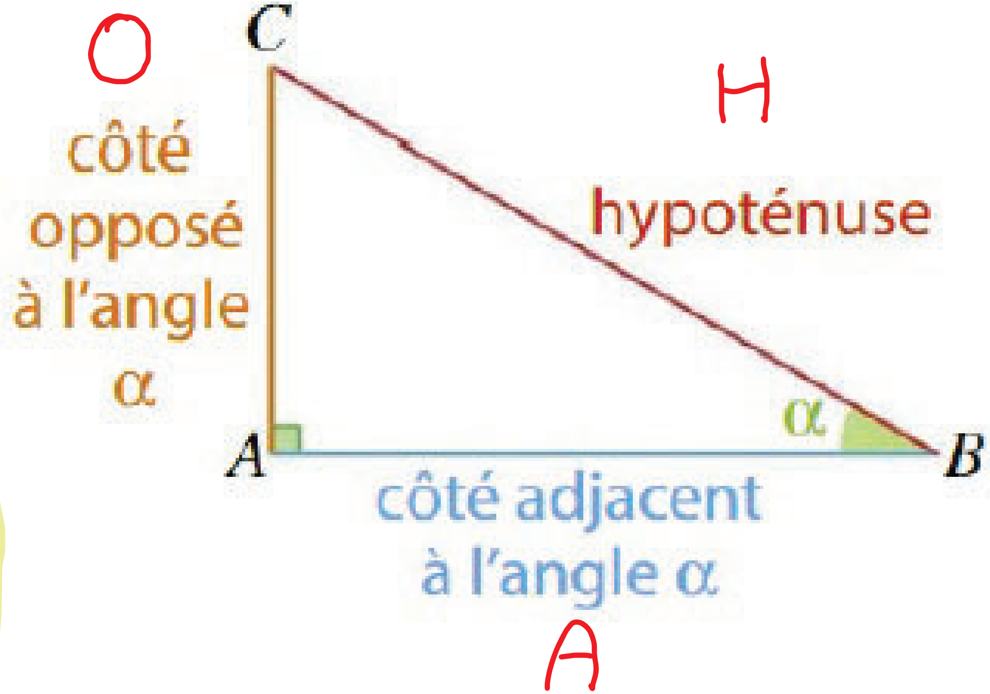
A(Sol ; Sol)

Révisions:

AFFINES_SITUATIONS1
AFFINES_SITUATIONS2
AFFINES_SITUATIONS3
AFFINES_SITUATIONS4
AFFINES_SITUATIONS5

3. Orthogonalité

1. Relations trigonométriques dans un triangle rectangle

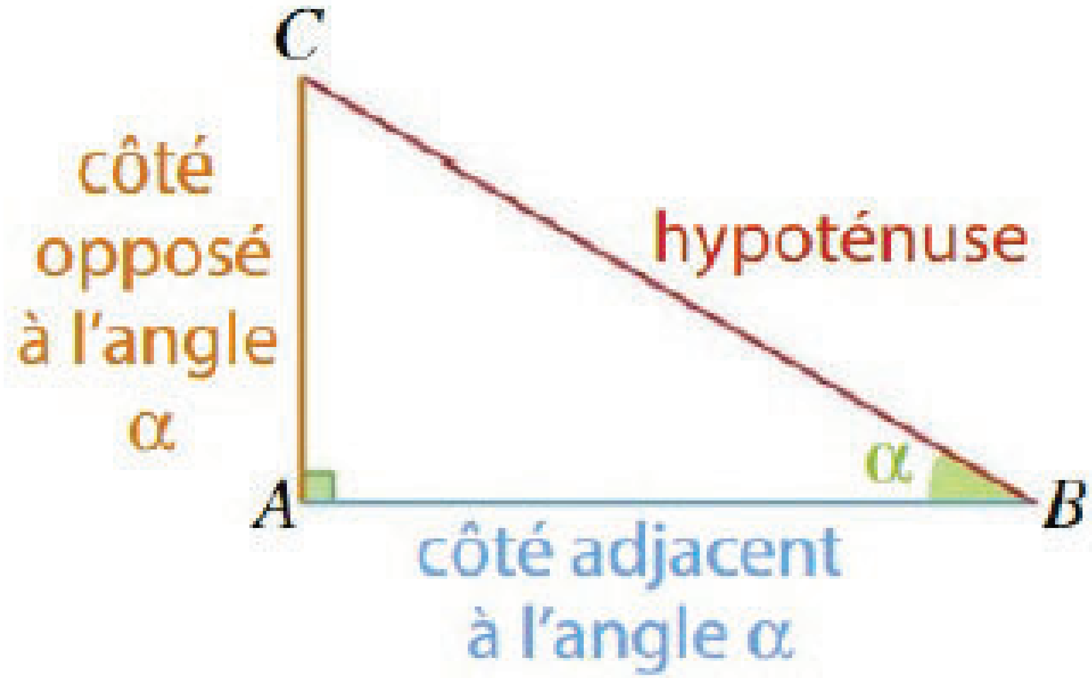


CAH SOH TOA

mesure

Trigonométrie

Triangle gonios = angle



$$\cos \alpha = \frac{A}{H} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \alpha = \frac{O}{H} = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan \alpha = \frac{O}{A} = \frac{AC}{AB}$$

CAH SOH TOA

Cosinus

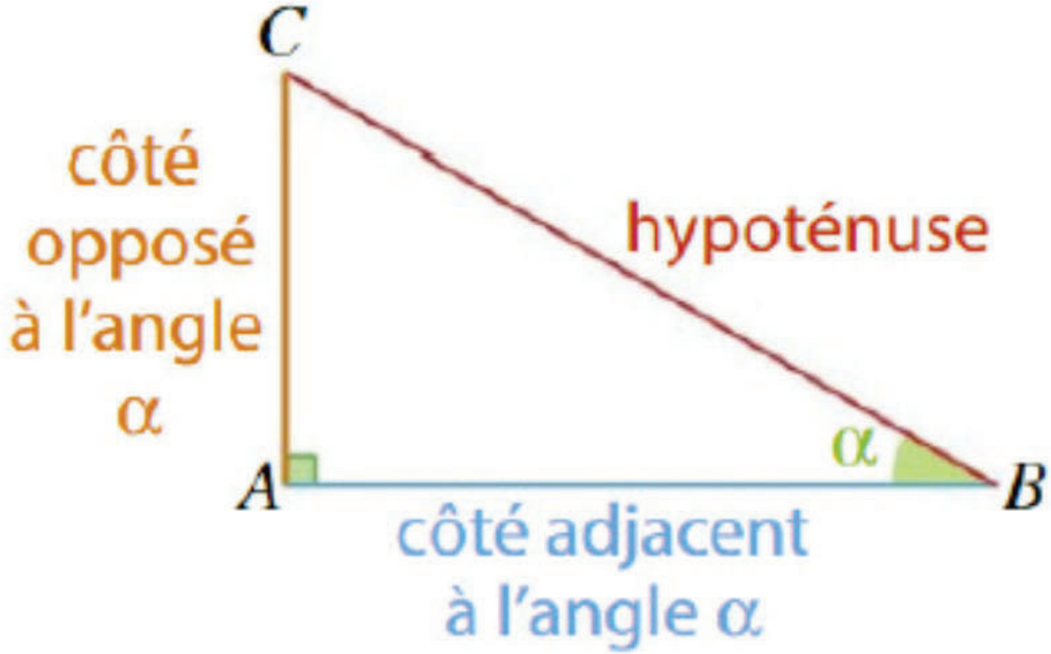
Sinus

Tangente

A = " Adjacent "

H = " Hypoténuse "

O = " opposé "



$$\cos\alpha = \frac{A}{H} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin\alpha = \frac{O}{H} = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan\alpha = \frac{O}{A} = \frac{AC}{AB}$$

CAH SOH TOA

cosinus

sinus

tangente

A = "Adjacent"

H = "Hypoténuse"

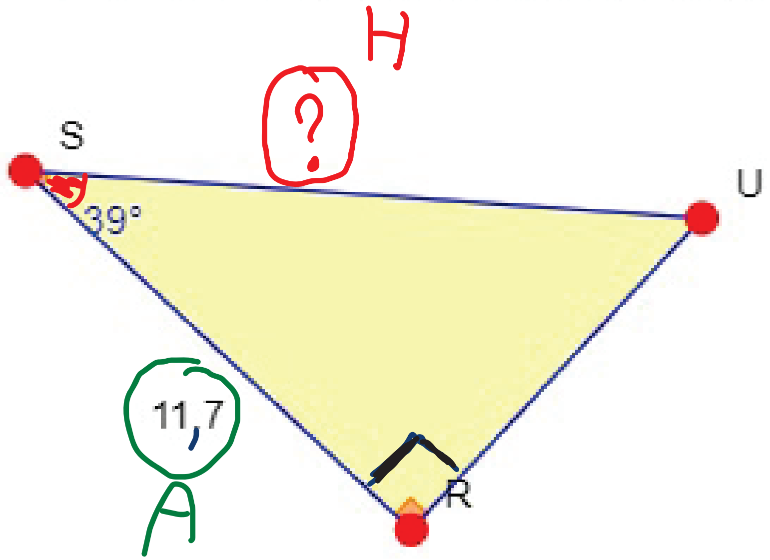
O = "opposé"

Calcul de longueurs

Exercice 1

CAH SOH TOA

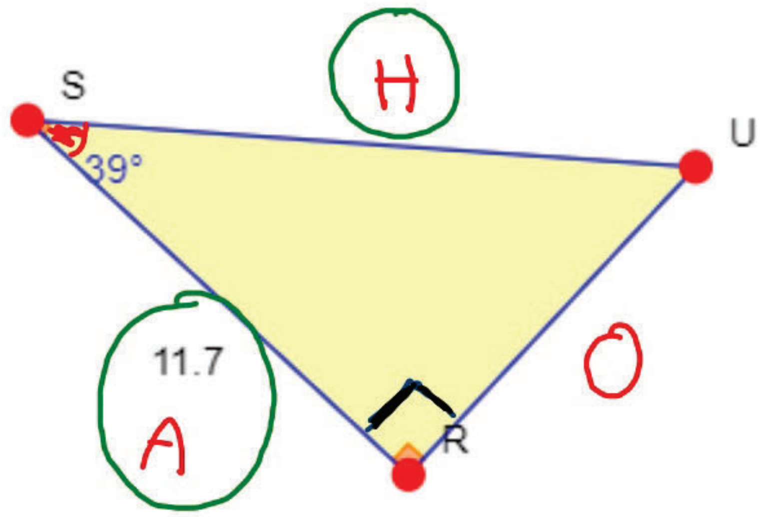
Dans le triangle SUR rectangle en R, la longueur du segment SU arrondi à l'unité est égal à



Cosinus, Sinus ou Tangente ?

$$\cos(39^\circ) = \frac{A}{H}$$

$$\frac{\cos(39^\circ)}{1} = \frac{11,7}{SU}$$



Cosinus, Sinus ou Tangente ?

$$\cos(39°) = \frac{A}{H}$$

$$\frac{\cos(39°)}{1} = \frac{11,7}{SU}$$

$$SU = \frac{1 \times 11,7}{\cos(39°)} \simeq 15 \text{ cm}$$

$$\frac{11.7}{\cos(39)}$$

15.055086

≤ 4

⚠ Réglage en degré

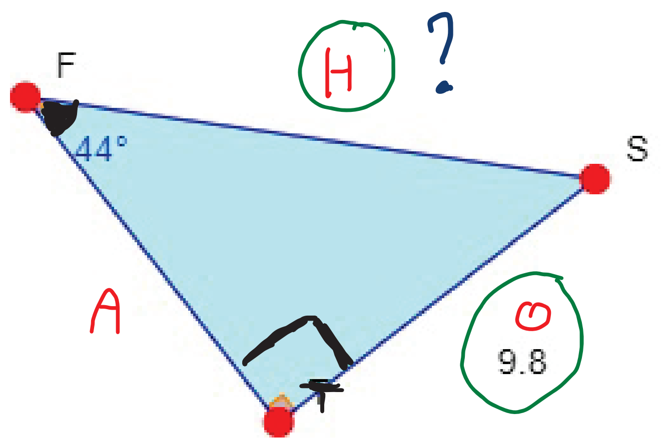
$15,5 \rightarrow 16$

$15,7 \rightarrow 16$

Exercice 2

CAH SOH TOA

Dans le triangle FST rectangle en T, la longueur du segment FS arrondi à l'unité est égal à



$$\sin(44°) = \frac{O}{H}$$

$$\frac{\sin(44°)}{1} = \frac{9{,}8}{FS}$$

$$FS = \frac{1 \times 9{,}8}{\sin(44°)}$$

$$FS \simeq 14 \text{ cm}$$

EXOID 74

EXOID 75

EXOID 76

TRIGONOMETRIE0
TRIGONOMETRIE1
TRIGONOMETRIE1a