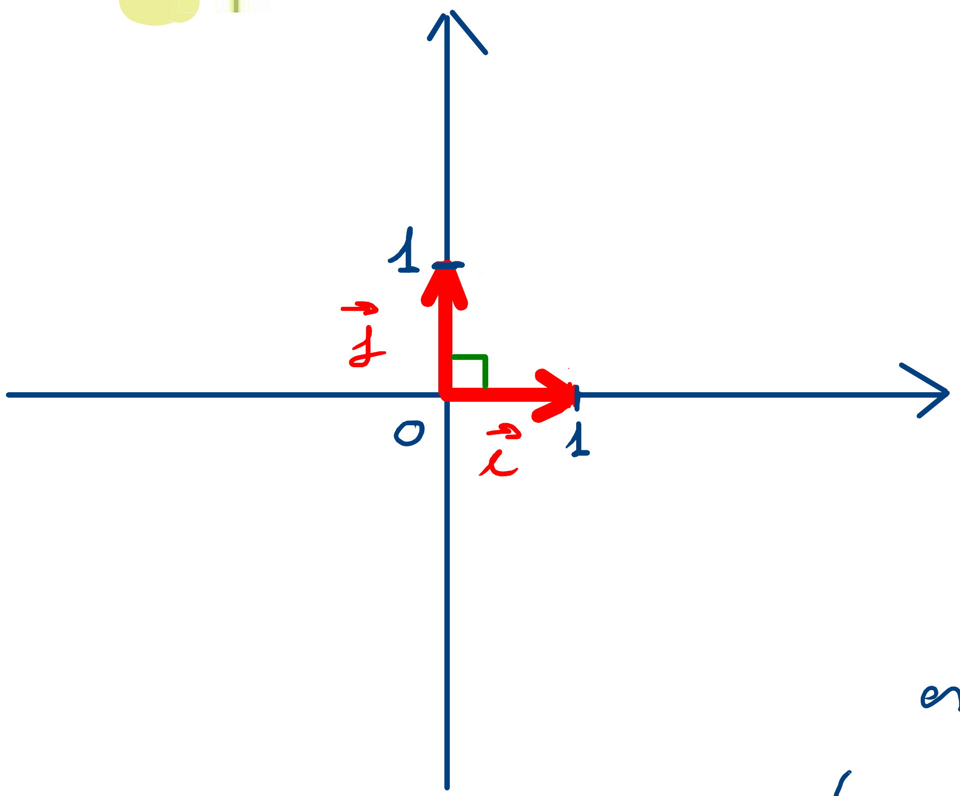
CHAPITRE 5
Coordonnées de vecteurs

3. Coordonnées d'un vecteur (p202)

1. Base orthonormée



ORTHO - NORMÉE

⊥ droit

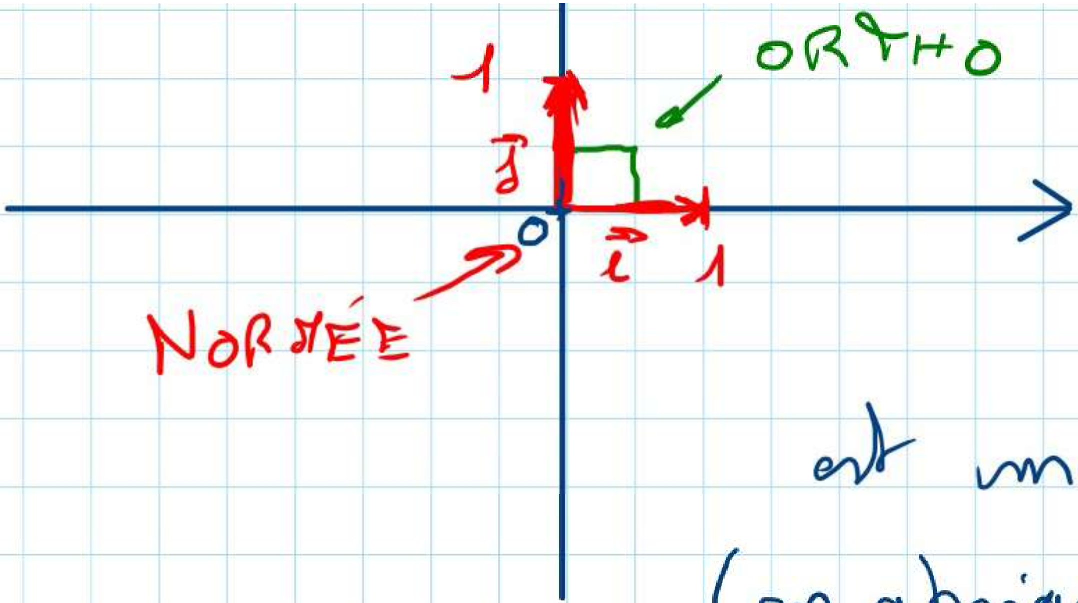
unités identiques

Définition

Le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ ← trois informations

est un repère orthonormé

(en abrégé R.O.N.)



Définitions

Le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ ← Trois informations

est un repère orthonormé

(en abrégé R.O.N.)

La base $(\vec{i}, \vec{j})$ est une base orthonormée

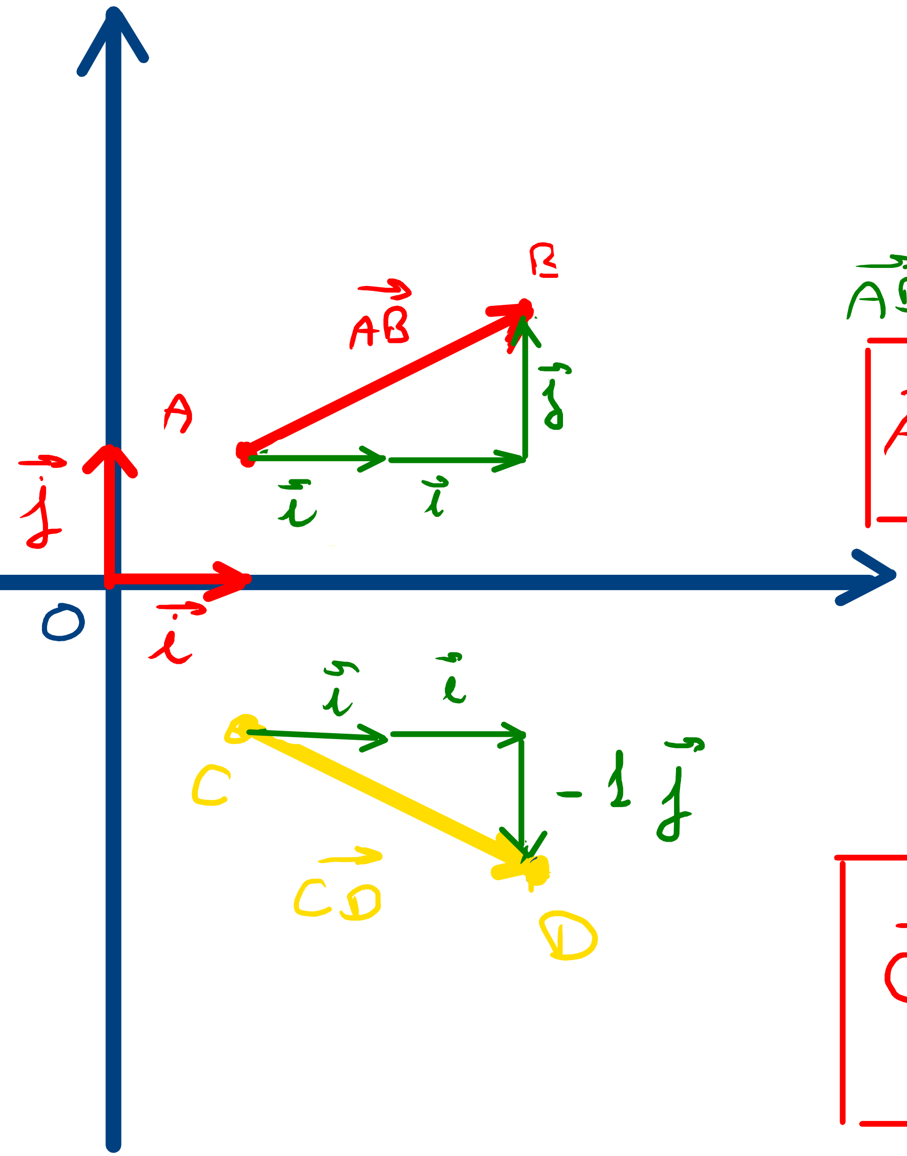
(en abrégé B.O.N)

2. Coordonnées d'un vecteur $\vec{AB}$

Exemples

Les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ sont

$$\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$$



$$\vec{AB} = 2\vec{i} + 1\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}}$$

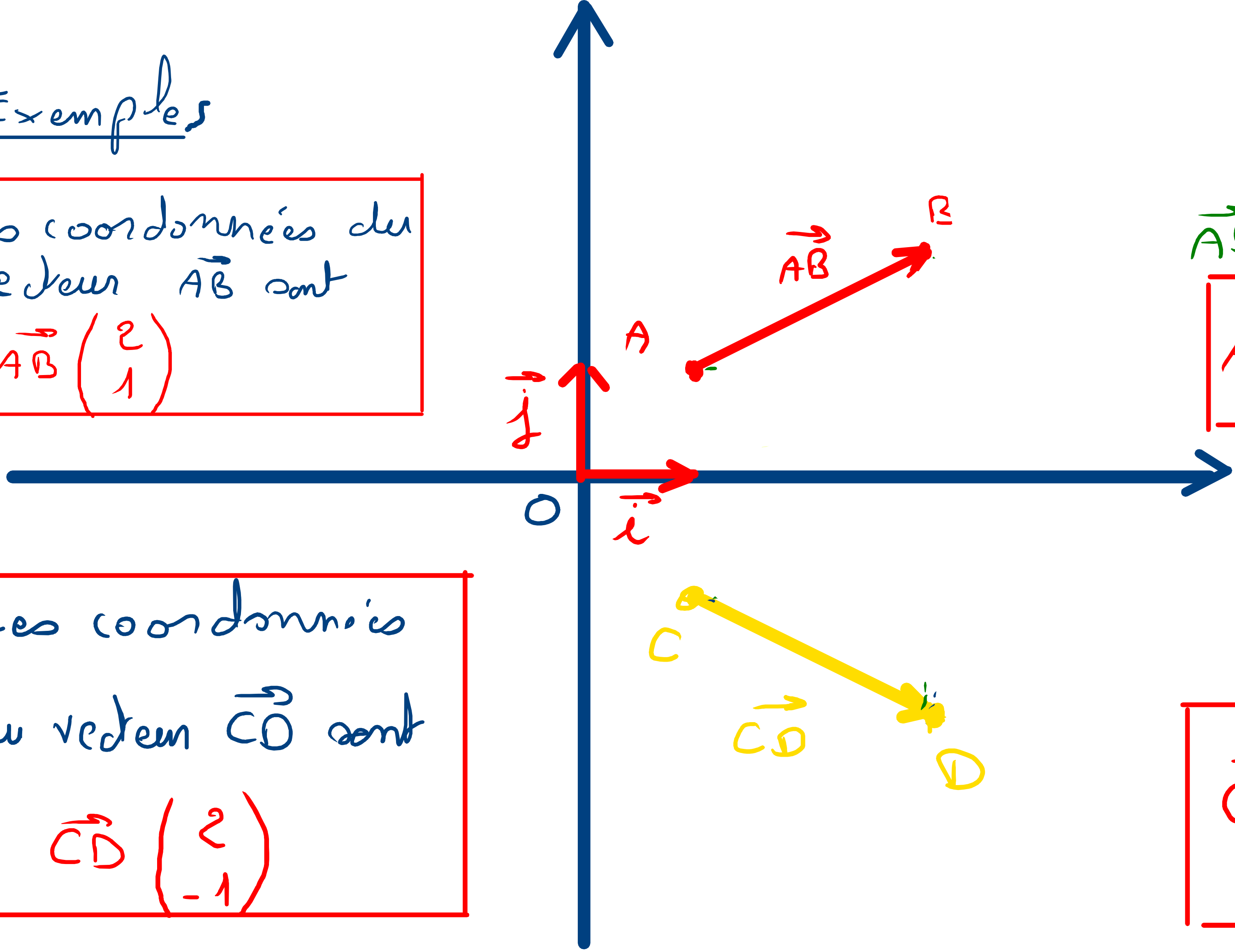
Les coordonnées du vecteur $\vec{CD}$ sont

$$\vec{CD}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$$

$$\vec{CD} = 2\vec{i} - 1\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{CD}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}}$$

Exemples



Les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ sont

$\vec{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} = 2\vec{i} + 1\vec{j}$

$\boxed{\vec{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}}$

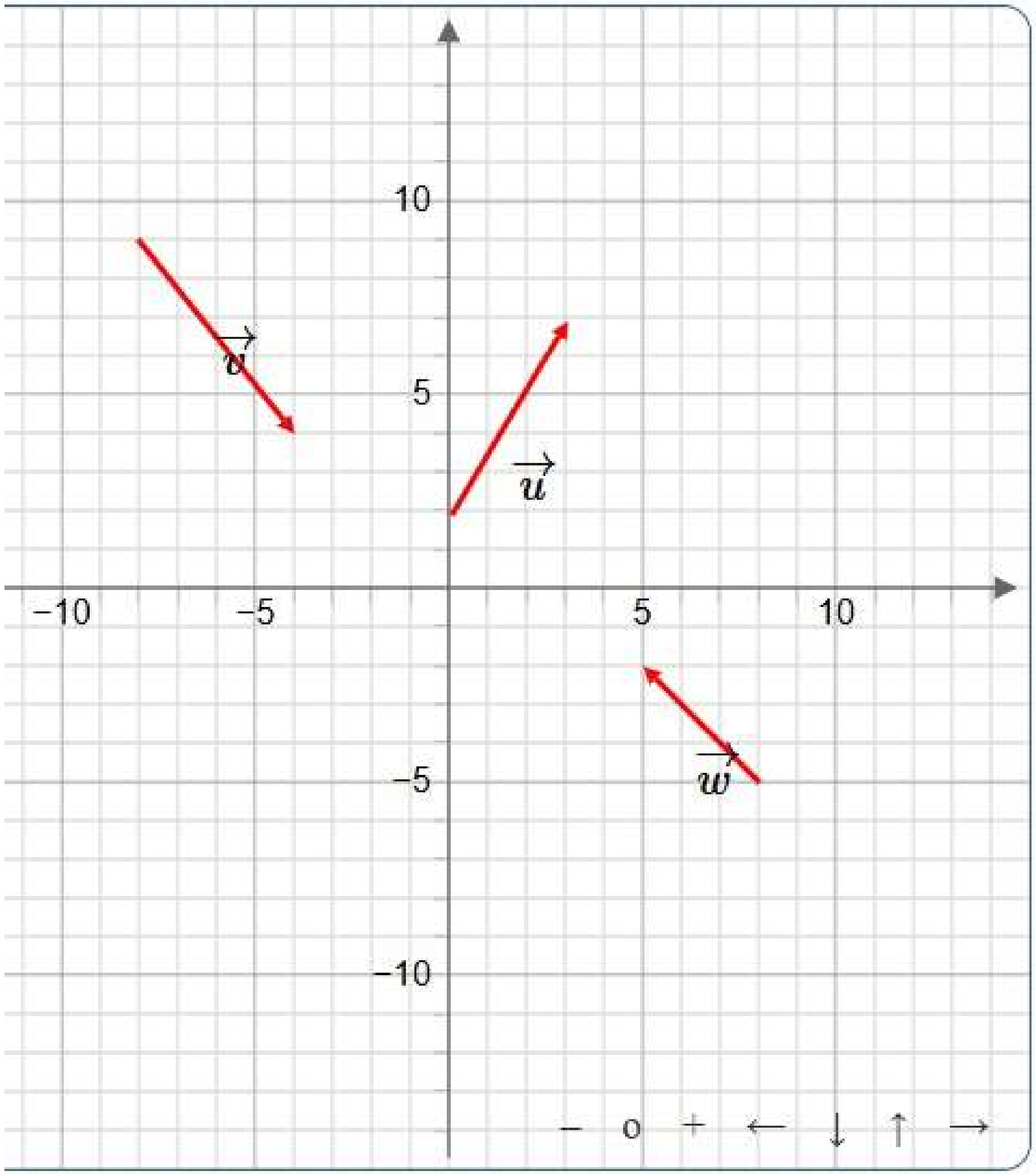
Les coordonnées du vecteur $\vec{CD}$ sont

$\vec{CD}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\vec{CD} = 2\vec{i} - 1\vec{j}$

$\boxed{\vec{CD}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}}$

VECTEURS_COORDONNEES1
VECTEURS_COORDONNEES1a
VECTEURS_COORDONNEES1b



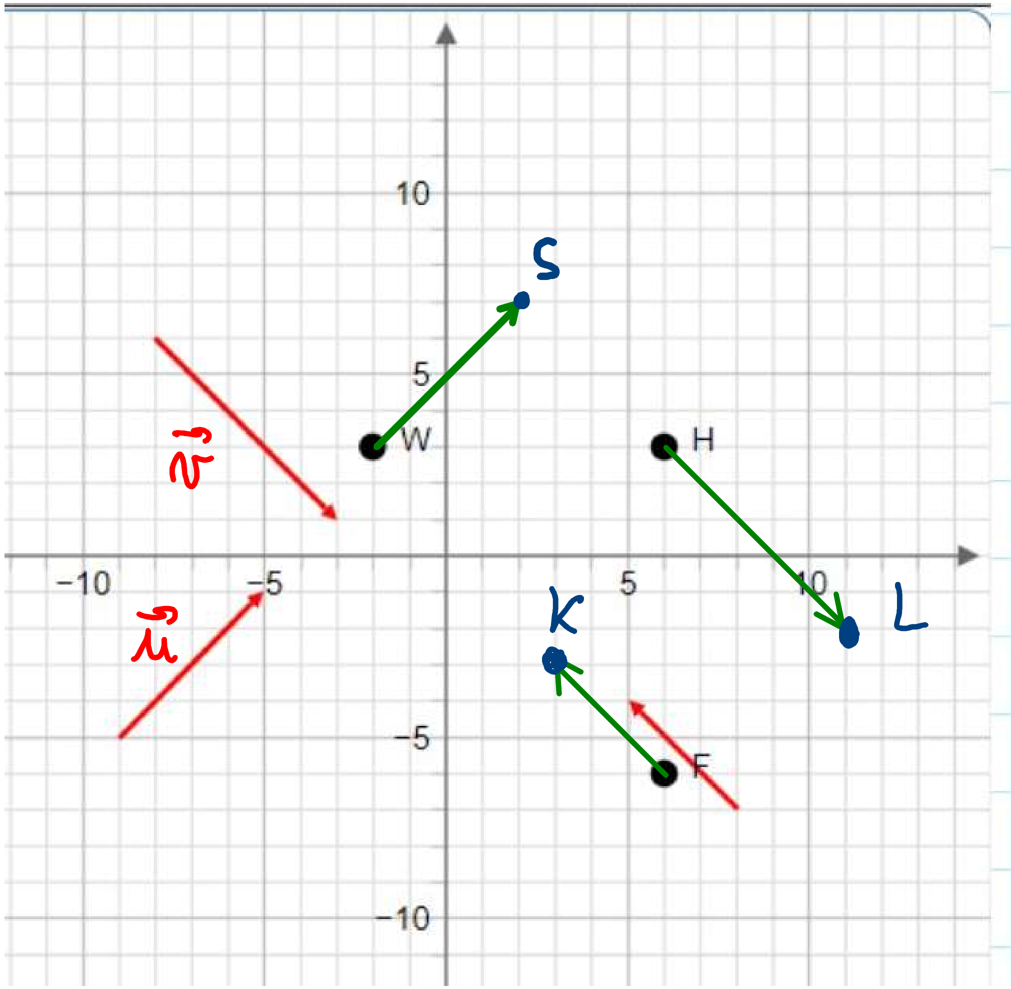
Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$

$\overrightarrow{u}$ $\begin{pmatrix} \boxed{\quad\quad} \\ ? \\ \boxed{\quad\quad} \\ ? \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{v}$ $\begin{pmatrix} \boxed{\quad\quad} \\ ? \\ \boxed{\quad\quad} \\ ? \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{w}$ $\begin{pmatrix} \boxed{\quad\quad} \\ ? \\ \boxed{\quad\quad} \\ ? \end{pmatrix}$

Exercice 1



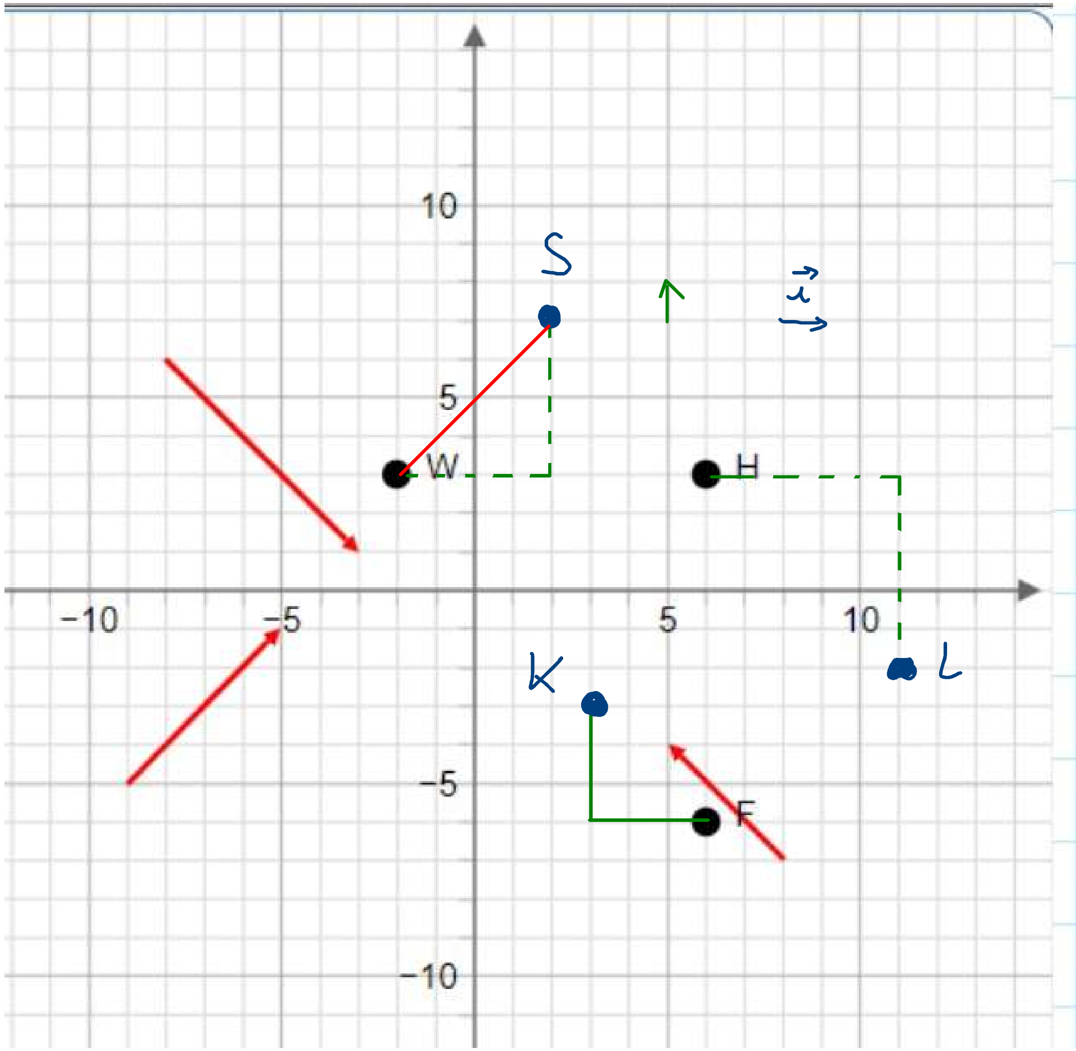
Placer les points S, L et K tels que :

$\overrightarrow{WS}\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{HL}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FK}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{WS} = 4\vec{i} + 4\vec{j} = \vec{u}$

$\overrightarrow{HL} = 5\vec{i} + (-5)\vec{j} = \vec{v}$

$\overrightarrow{FK} = (-3)\vec{i} + 3\vec{j} = \vec{w}$



$\overrightarrow{WS}\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{HL}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FK}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{WS} = 4\vec{i} + 4\vec{j}$

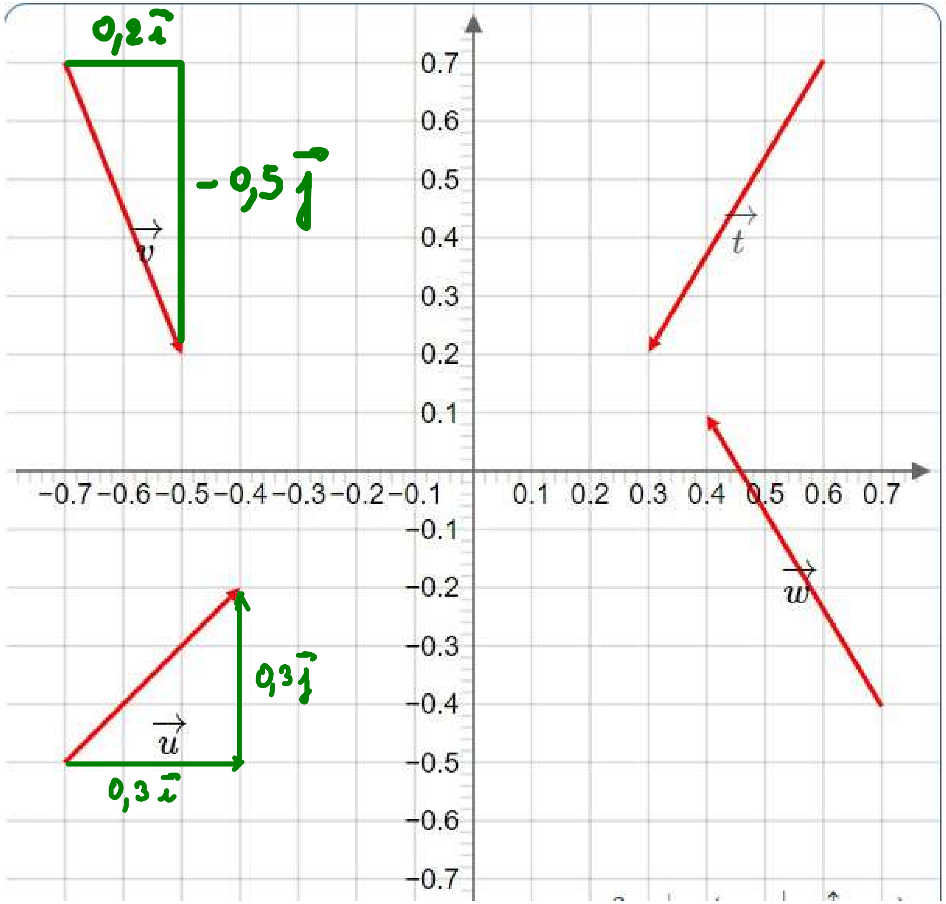
$\overrightarrow{HL} = 5\vec{i} + (-5)\vec{j}$

$\overrightarrow{FK} = (-3)\vec{i} + 3\vec{j}$

VECTEURS_COORDONNEES2
VECTEURS_COORDONNEES2a

Exercice 2

Donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{t}$ et $\vec{w}$



$\vec{u} = 0,3\,\vec{i} + 0,3\,\vec{j}$

$\vec{u}\begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,3 \end{pmatrix}$

$\vec{v} = 0,2\,\vec{i} + (-0,5)\,\vec{j}$

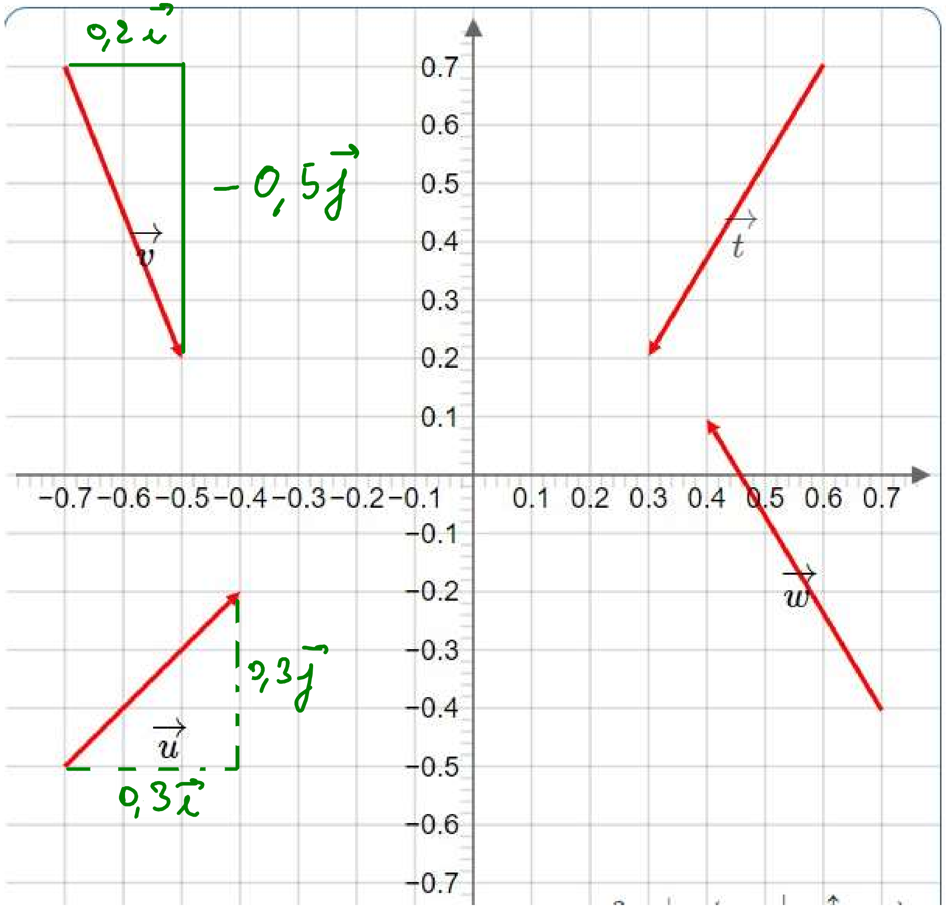
$\vec{v}\begin{pmatrix} 0,2 \\ -0,5 \end{pmatrix}$

De même $\vec{t}\begin{pmatrix} -0,3 \\ -0,5 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} -0,3 \\ 0,5 \end{pmatrix}$

Exercice 2

VECTEURS_COORDONNEES3
VECTEURS_COORDONNEES3bis

Donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{t}$ et $\vec{w}$



$\vec{u} = 0,3\,\vec{i} + 0,3\,\vec{j}$

$\vec{u}\begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,3 \end{pmatrix}$

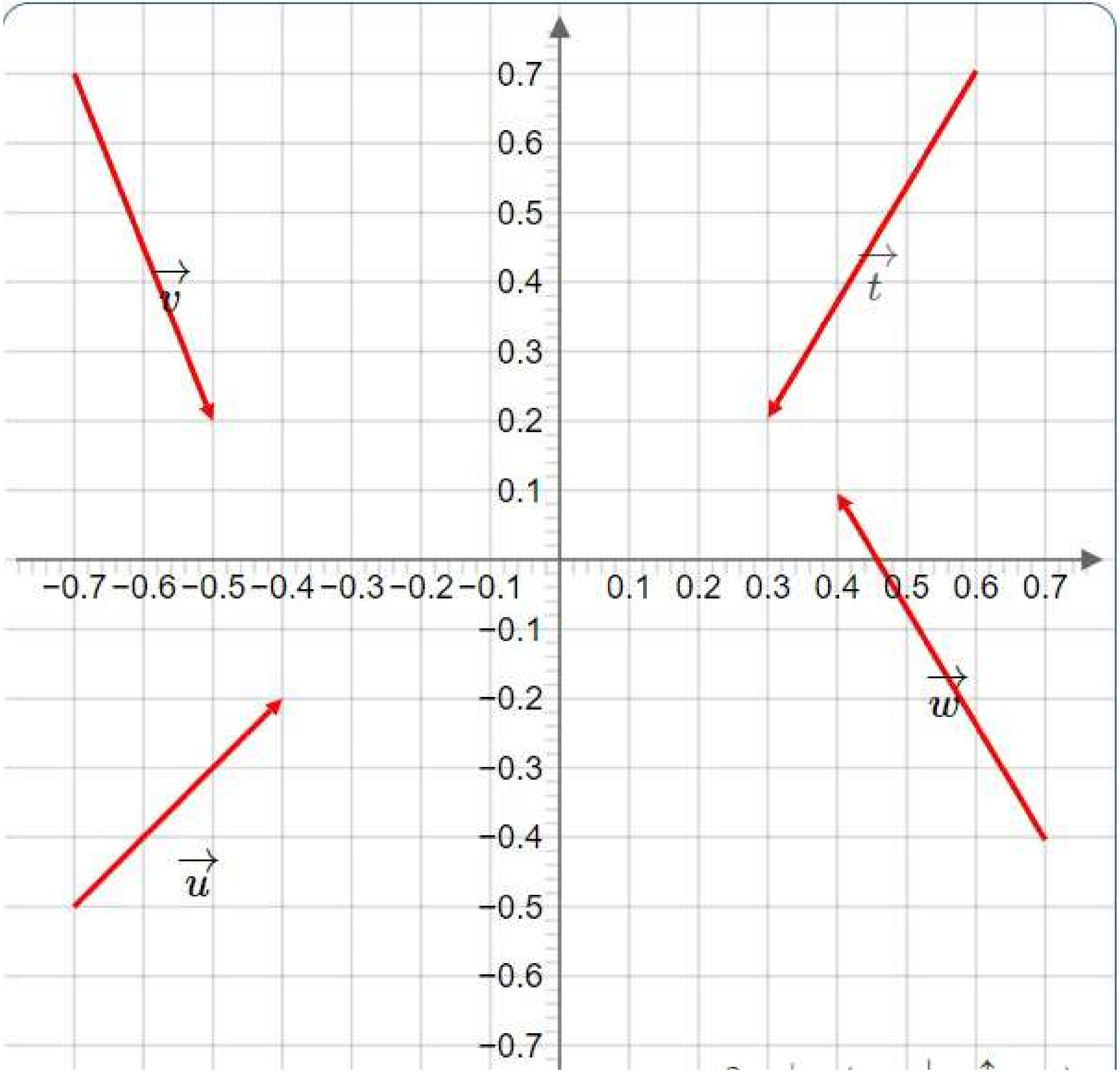
$\vec{t}$?

$\vec{w}$?

$\vec{v} = 0,2\,\vec{i} + (-0,5)\,\vec{j}$

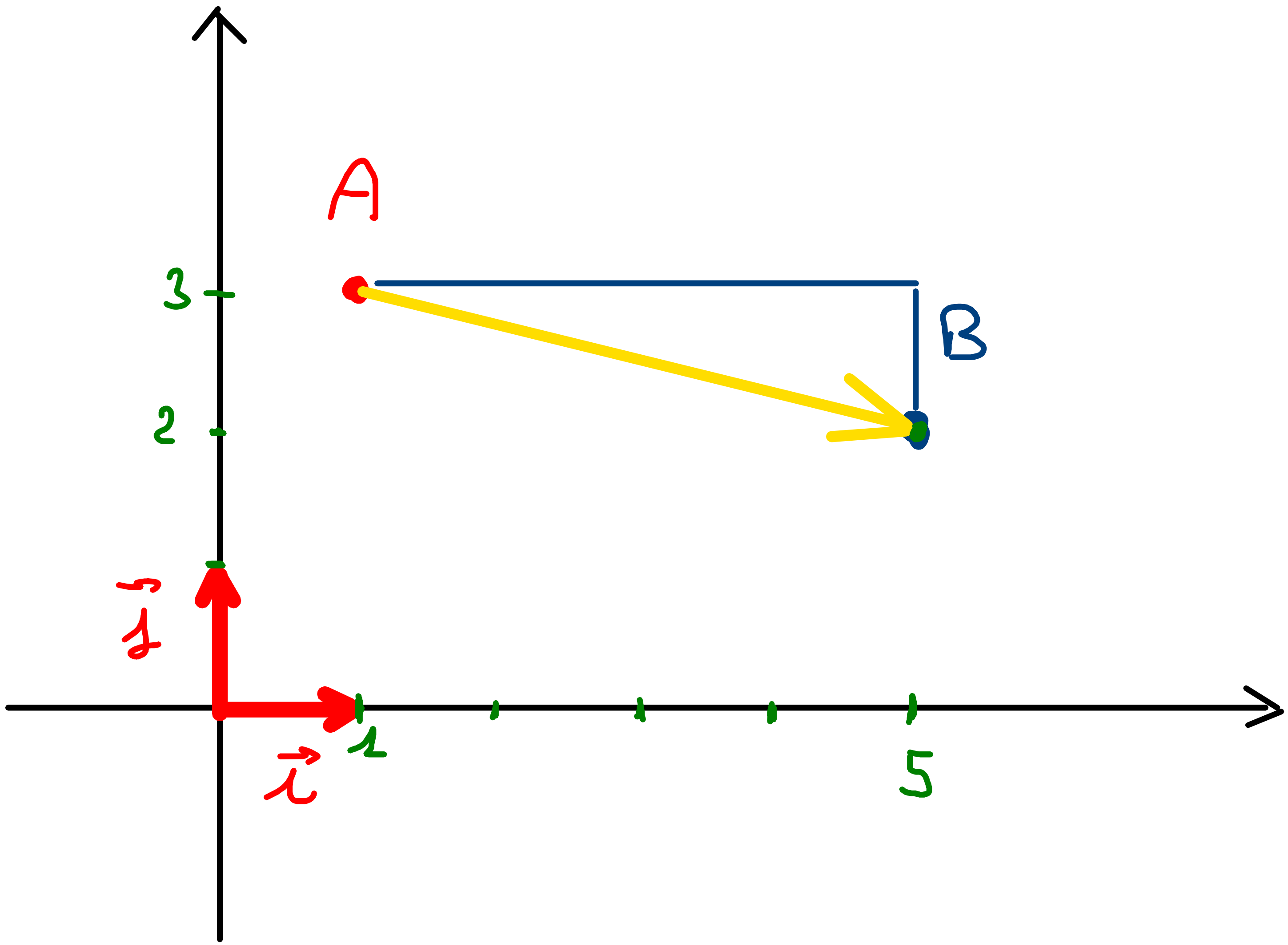
$\vec{v}\begin{pmatrix} 0,2 \\ -0,5 \end{pmatrix}$

De même $\vec{t}\begin{pmatrix} -0,3 \\ -0,5 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} -0,3 \\ 0,5 \end{pmatrix}$



0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
−0.1
−0.2
−0.3
−0.4
−0.5
−0.6
−0.7
−0.7 −0.6 −0.5 −0.4 −0.3 −0.2 −0.1
0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7
$\overrightarrow{v}$
$\overrightarrow{t}$
$\overrightarrow{w}$
$\overrightarrow{u}$

Propriété



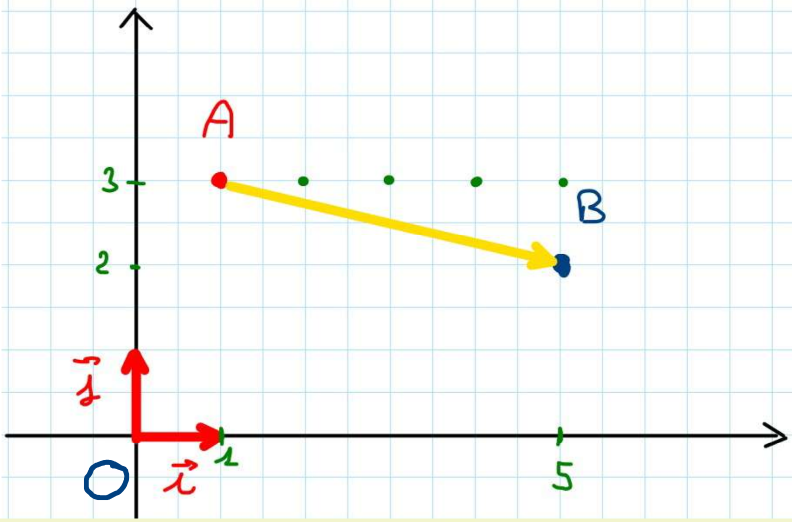
$A\,(1\,;\,3)$

$B\,(5\,;\,2)$

$$\vec{AB}\begin{pmatrix} 5-1 \\ 2-3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Propriété



$A(1;3)$

$B(5;2)$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5-1 \\ 2-3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

x_A abscisse de A

y_A ordonnée de A

Soient $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ deux points dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j}\,)$ du plan.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{i},\vec{j}\,)$.

Soient $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$.

Arrivée — Depart

Exercice

1) Si R(-6;8) et T(3;-8) alors le vecteur $\overrightarrow{TR}$ a pour coordonnées

$$\overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} x_R - x_T \\ y_R - y_T \end{pmatrix} = \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} -6 - 3 \\ 8 - (-8) \end{pmatrix}$$

Arrivée - Depart

Exercice

1) Si R(-6;8) et T(3;-8) alors le vecteur $\overrightarrow{TR}$ a pour coordonnées

$$\overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} x_R - x_T \\ y_R - y_T \end{pmatrix} = \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} -6 - 3 \\ 8 - (-8) \end{pmatrix}$$

$$= \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} -9 \\ 16 \end{pmatrix}$$

2) Si U(-2;-1) et J(-8;8) alors le vecteur $\overrightarrow{UJ}$ a pour coordonnées

Arrivée − Depart

Exercice

1) Si R(-6;8) et T(3;-8) alors le vecteur $\overrightarrow{TR}$ a pour coordonnées

$$\overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} x_R - x_T \\ y_R - y_T \end{pmatrix} = \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} -6 - 3 \\ 8 - (-8) \end{pmatrix}$$

$$= \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} -9 \\ 16 \end{pmatrix}$$

2) Si U(-2;-1) et J(-8;8) alors le vecteur $\overrightarrow{UJ}$ a pour coordonnées

$$\overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} x_R - x_T \\ y_R - y_T \end{pmatrix} = \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} -6 - 3 \\ 8 - (-8) \end{pmatrix}$$

$$= \overrightarrow{TR}\begin{pmatrix} -9 \\ 16 \end{pmatrix}$$

) Si U(-2;-1) et J(-8;8) alors le vecteur $\overrightarrow{UJ}$ a pour coordonnées

$$\overrightarrow{UJ}\begin{pmatrix} x_J - x_U \\ y_J - y_U \end{pmatrix} = \overrightarrow{UJ}\begin{pmatrix} -8 - (-2) \\ 8 - (-1) \end{pmatrix} = \overrightarrow{UJ}\begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

VECTEURS_CALCUL_COORD0
VECTEURS_CALCUL_COORD0a

3 Produit d'un vecteur par un réel

Propriété

Soient k un nombre réel et $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$. Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$.

On lit $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-5\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$

On a alors :

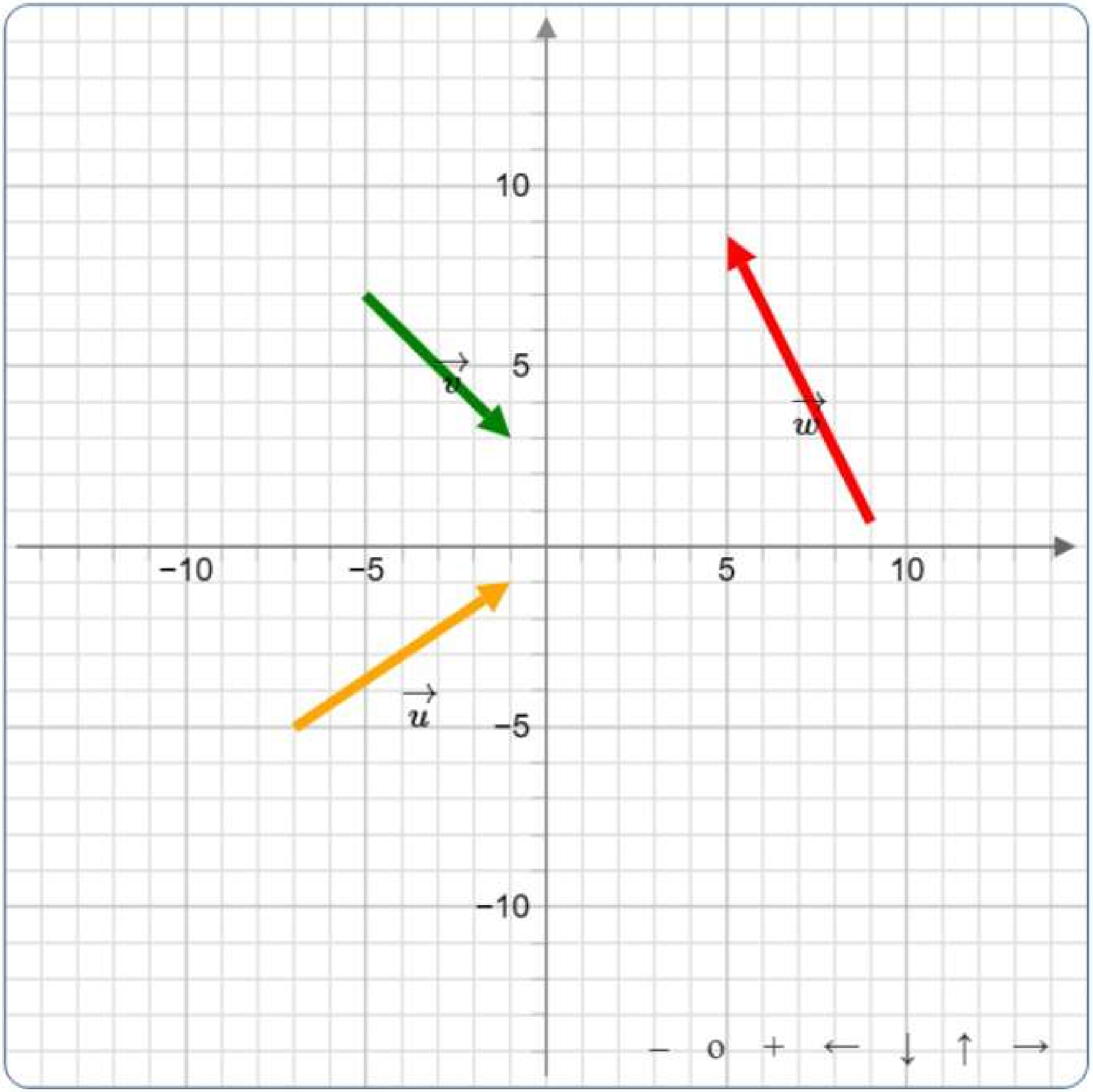
$$0,5\,\vec{u}\begin{pmatrix}0,5\times 3\\0,5\times 5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1,5\\2,5\end{pmatrix}$$

On lit $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-5\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$

On a alors :

$$0{,}5\,\vec{u} = \begin{pmatrix}0{,}5\times 3\\0{,}5\times 5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1{,}5\\2{,}5\end{pmatrix}$$

$$-2\,\vec{v} = \begin{pmatrix}-2\times 4\\-2\times(-5)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-8\\10\end{pmatrix}$$



3) Produit d'un vecteur par un réel

a) $1,5\,\vec{u} \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$

- $\vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$
- $1,5\,\vec{u} \begin{pmatrix} 1,5 \times 6 \\ 1,5 \times 4 \end{pmatrix}$

$= 1,5\,\vec{u} \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$

a) $1,5\,\vec{u}\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$

- $\vec{u}\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$
- $1,5\,\vec{u}\begin{pmatrix} 1,5\times 6 \\ 1,5\times 4 \end{pmatrix}$

$= 1,5\,\vec{u}\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$

b) $0,5\,\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

- $\vec{v}\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$
- $0,5\,\vec{v}\begin{pmatrix} 0,5\times 4 \\ 0,5\times(-4) \end{pmatrix}$

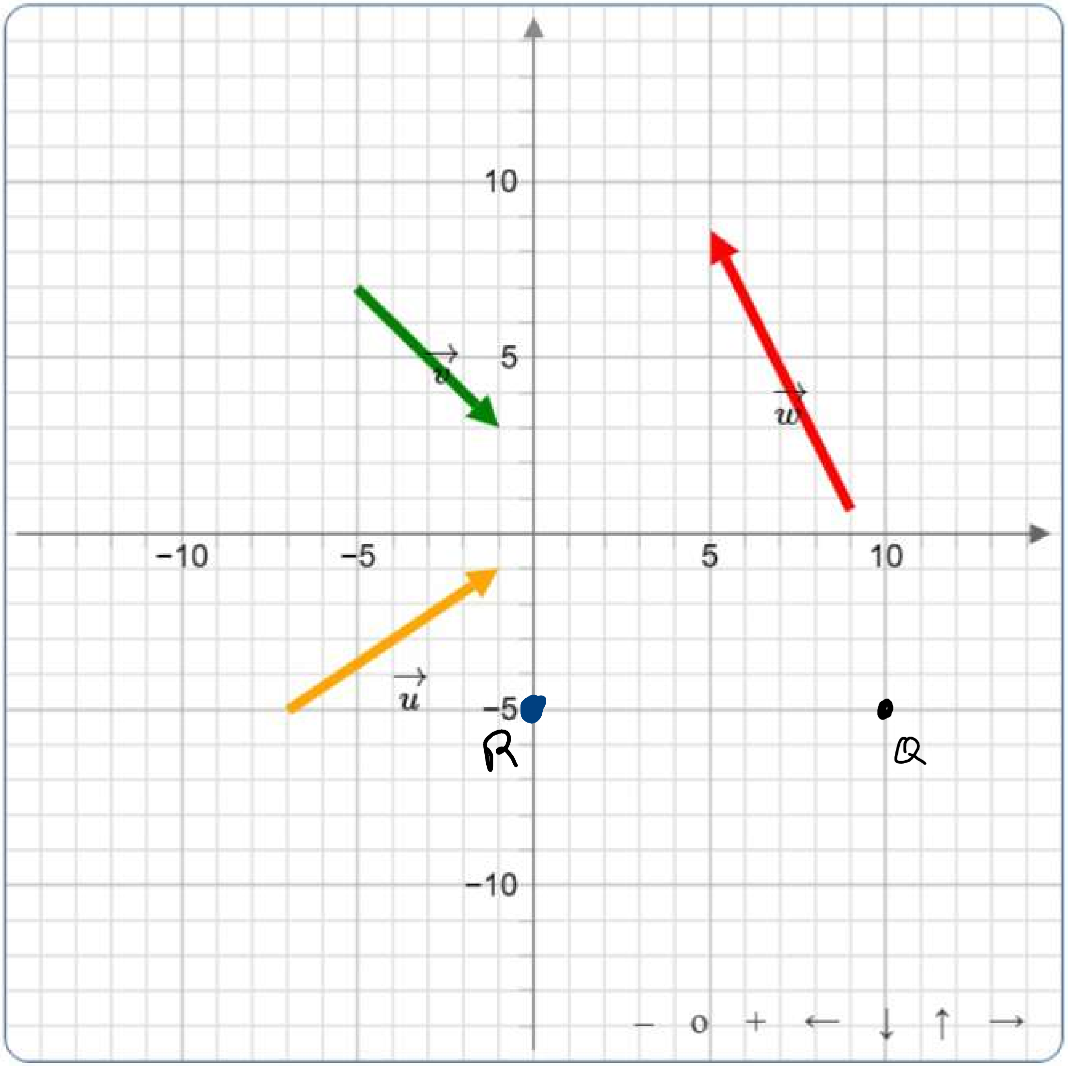
$= 0,5\,\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

$1,5\vec{u}$ $\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$

$0,5\vec{v}$ $\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$

$-0,5\vec{w}$ $\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$

④ Somme de deux vecteurs



Soit $R(0\,;\,-5)$

① Placer le point Q tel que

$$\overrightarrow{RQ} = \vec{u} + \vec{v}$$

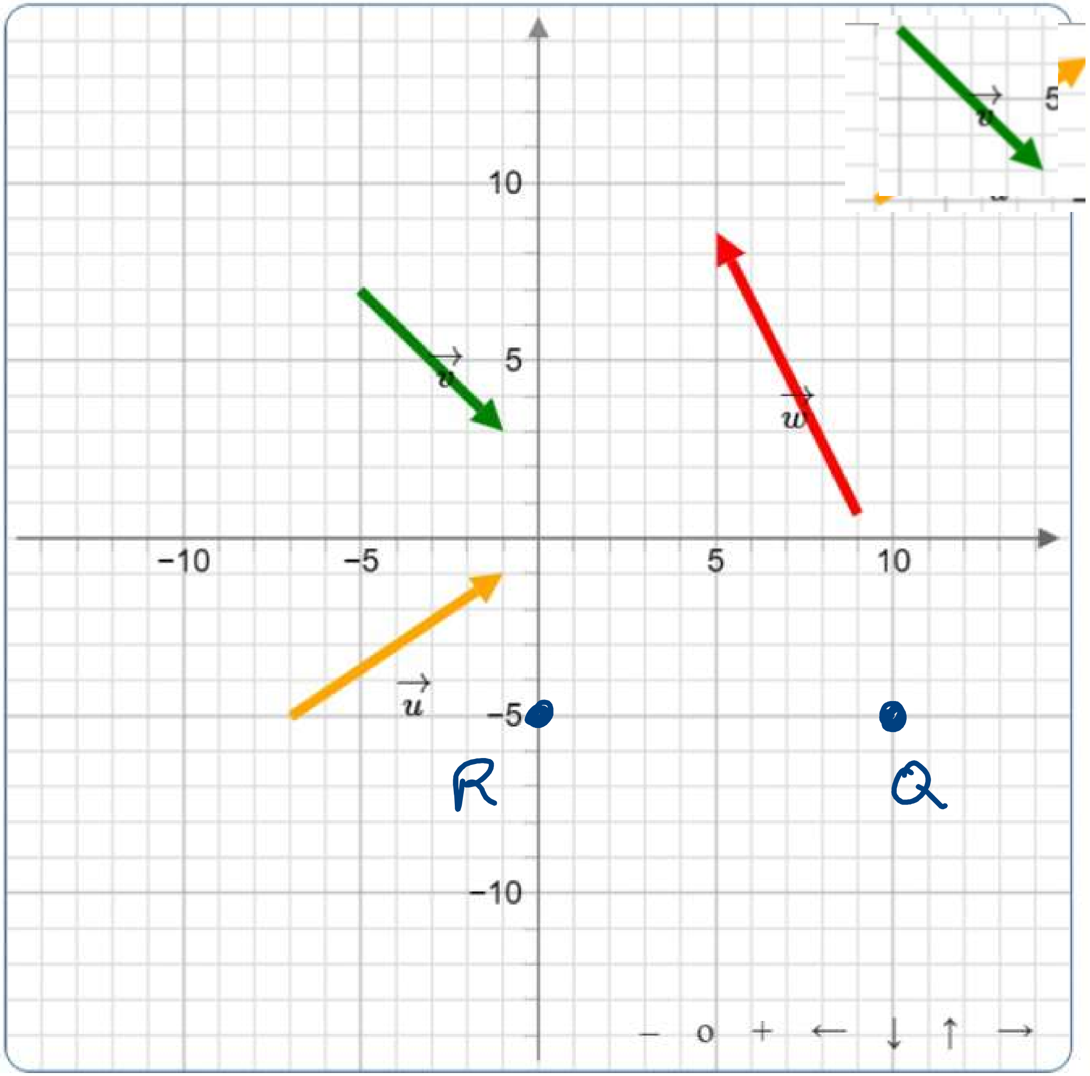
- $\vec{u}\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$
- $\vec{u} + \vec{v}\begin{pmatrix} 6+4 \\ 4+(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

Soit $R(0;-5)$

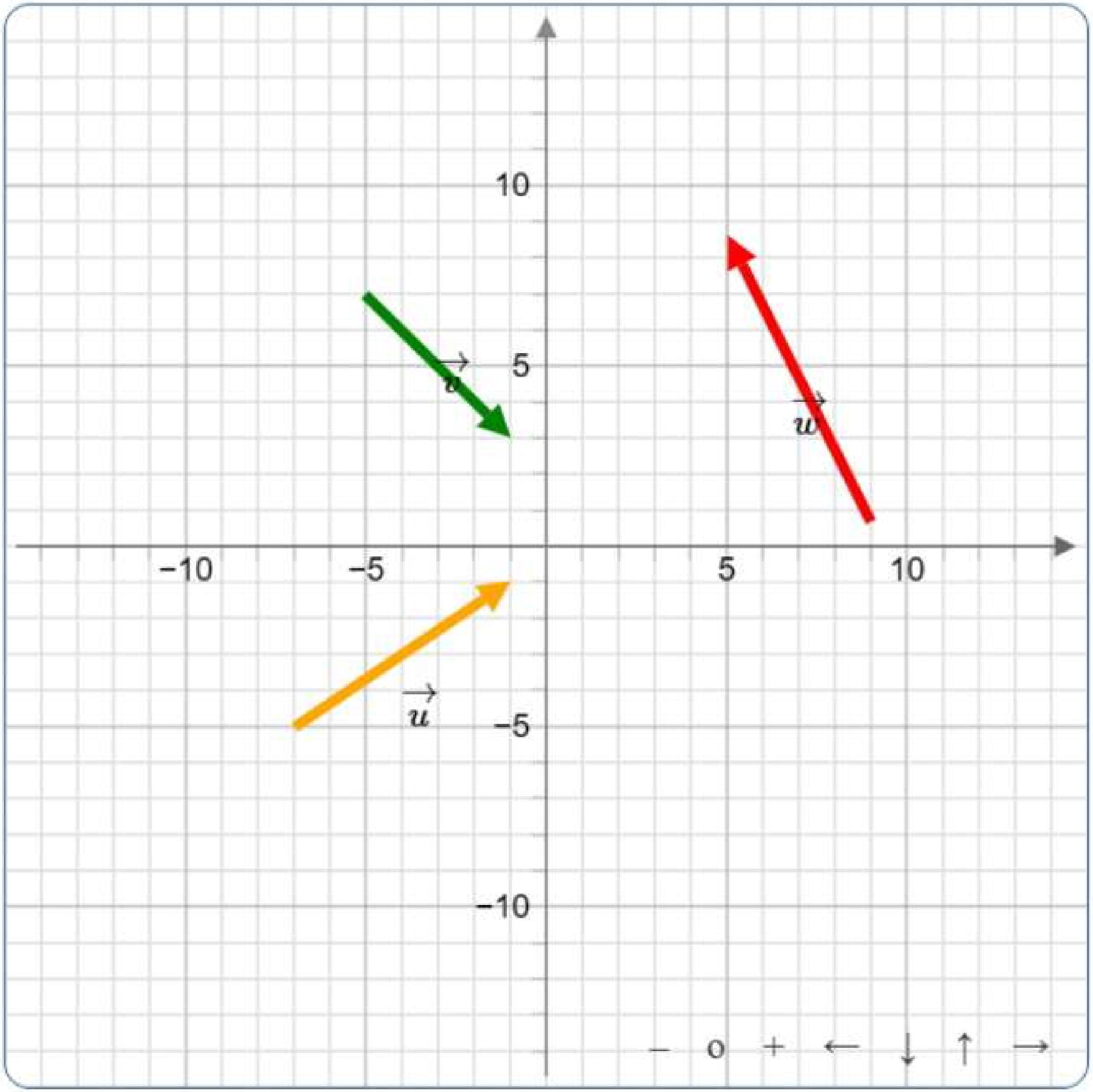
① Placer le point Q tel que

$\overrightarrow{RQ} = \vec{u} + \vec{v}$

- $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-4\end{pmatrix}$
- $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}6+4\\4+(-4)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}10\\0\end{pmatrix}$
- $\overrightarrow{RQ}\begin{pmatrix}10\\0\end{pmatrix}$



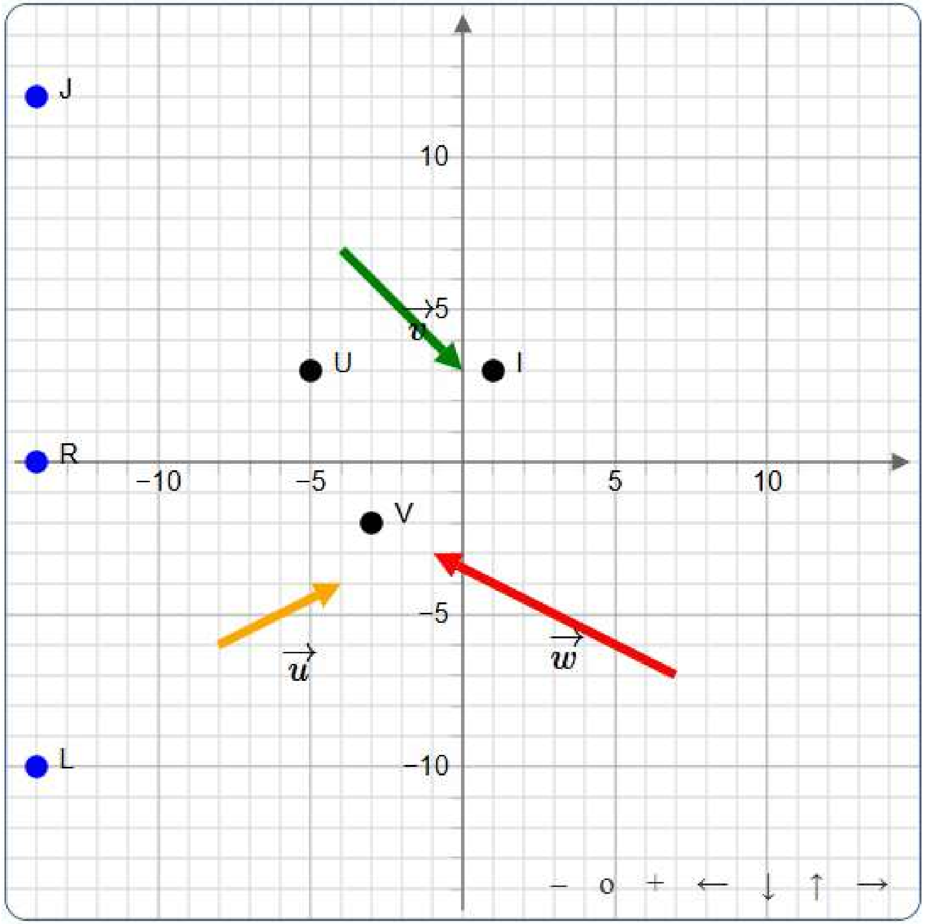
Exercice



VECTEURS_COORDONNEES4
VECTEURS_COORDONNEES4b

VECTEURS_COORDONNEES4b (sur ordinateur)

Placer les points ...



$1,5\,\vec{u}$ $\begin{pmatrix} \boxed{}\ ? \\ \boxed{}\ ? \end{pmatrix}$

$0,5\,\vec{v}$ $\begin{pmatrix} \boxed{}\ ? \\ \boxed{}\ ? \end{pmatrix}$

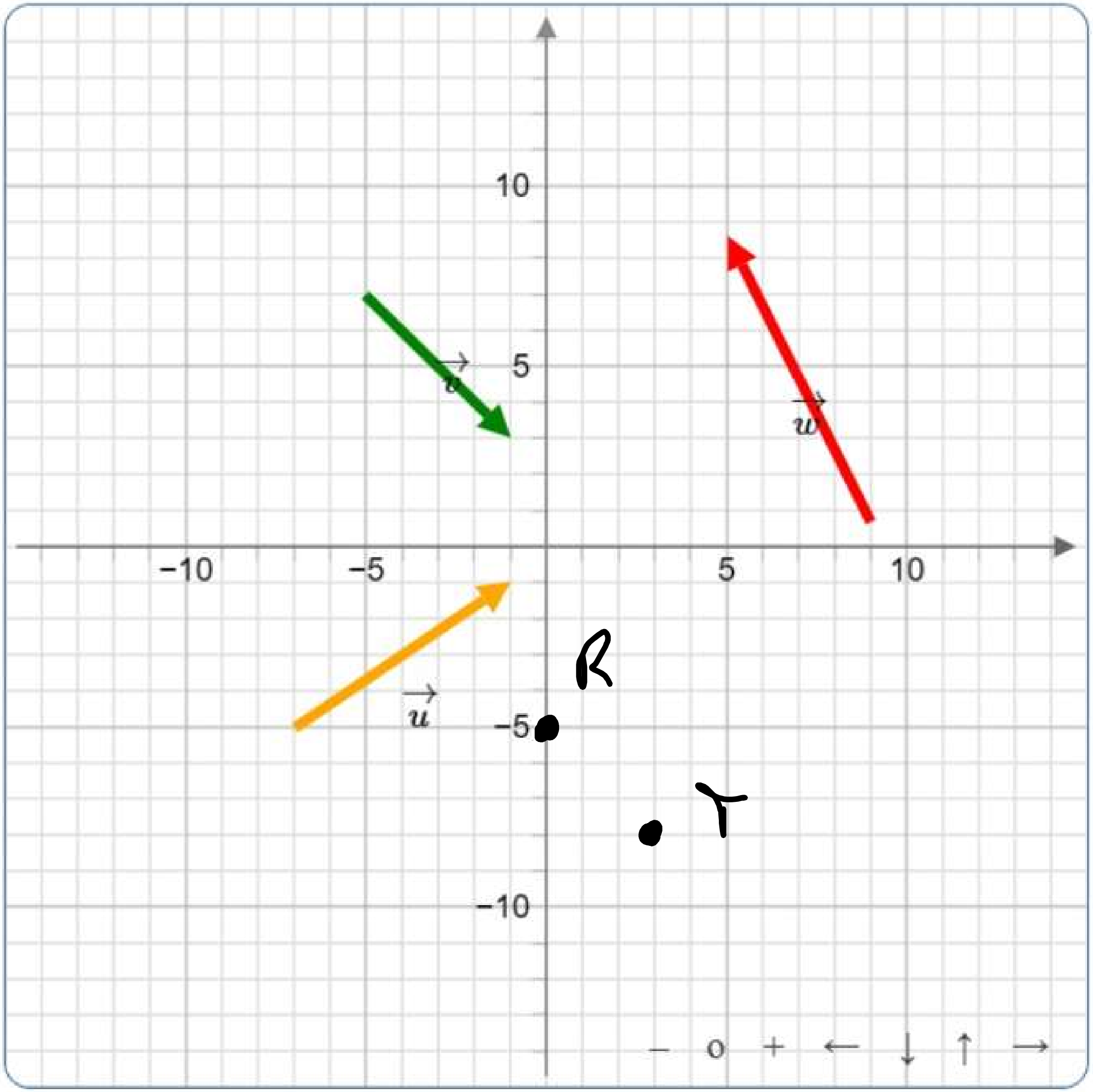
$-0,5\,\vec{w}$ $\begin{pmatrix} \boxed{}\ ? \\ \boxed{}\ ? \end{pmatrix}$

puis placer les points J , R et L tels que:

$\overrightarrow{UJ} = 1,5\vec{u}$ $\overrightarrow{IR} = 0,5\vec{v}$ $\overrightarrow{VL} = -0,5\vec{w}$.

Placement des points: J ? ; R ? ; L ?

Exercice



Soit $R(0\,;\,-5)$

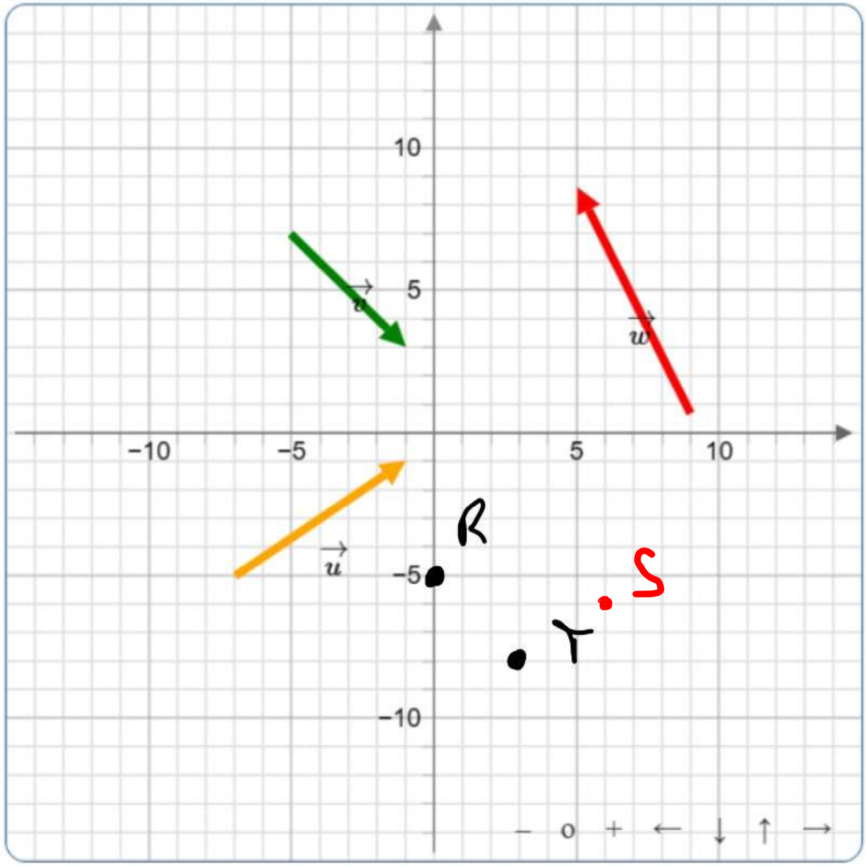
Place le point T tel que

$$\overrightarrow{RT} = \frac{3}{4}\vec{v}$$

On a $\vec{v}\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

donc $\frac{3}{4}\vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \times 4 \\ \frac{3}{4} \times (-4) \end{pmatrix}$

Soit $\frac{3}{4}\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{RT}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$



Soit $R(0\,;-5)$

Placer le point T tel que

$$\overrightarrow{RT} = \frac{3}{4}\vec{v}$$

On a $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-4\end{pmatrix}$

donc $\frac{3}{4}\vec{v} = \begin{pmatrix}\frac{3}{4}\times 4\\ \frac{3}{4}\times(-4)\end{pmatrix}$

Soit $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{RT}\begin{pmatrix}3\\-3\end{pmatrix}$

Soit S tel que

$\overrightarrow{TS} = \frac{1}{2}\vec{u}$. On a $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$ donc

$$\frac{1}{2}\vec{u} = \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\times 6\\ \frac{1}{2}\times 4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{TS}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$$

5 Coordonnées et opérations

Exercice 1:

Si $\vec{u}\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ alors $2\vec{u} - 5\vec{v}$

admet pour coordonnées :

$$2\vec{u} - 5\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \times 5 - 5 \times (-2) \\ 2 \times (-5) - 5 \times (-3) \end{pmatrix}$$

$$= 2\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Si $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ alors $2\overrightarrow{u}-5\overrightarrow{v} = 2\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$

admet pour coordonnées :

$$2\overrightarrow{u} - 5\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}2\times 5 - 5\times(-2)\\ 2\times(-5) - 5\times(-3)\end{pmatrix}$$

$$2\overrightarrow{u} - 5\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}20\\5\end{pmatrix}$$

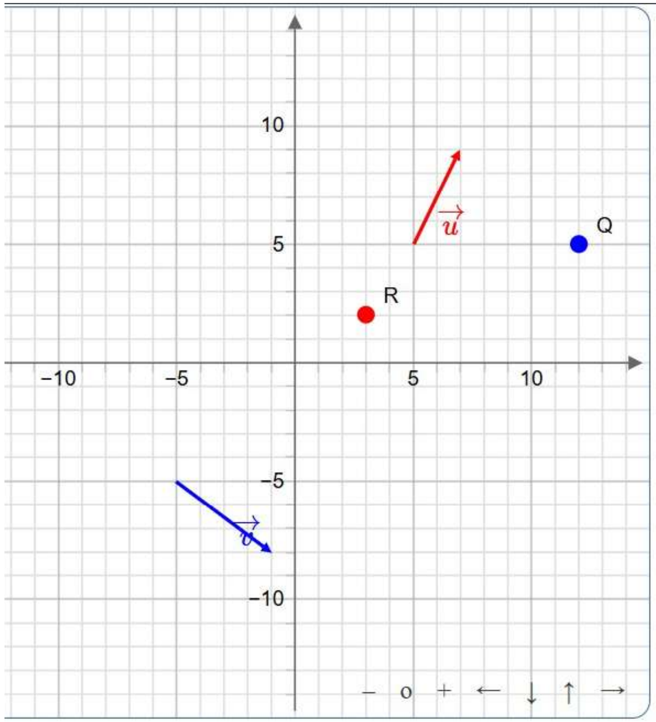
admet pour coordonnées :

$$2\vec{u} - 5\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \times 5 - 5 \times (-2) \\ 2 \times (-5) - 5 \times (-3) \end{pmatrix}$$

$$2\vec{u} - 5\vec{v} \begin{pmatrix} 20 \\ 5 \end{pmatrix}$$

VECTEURS_CALCUL_COORD2
VECTEURS_CALCUL_COORD2a
VECTEURS_CALCUL_COORD2b
VECTEURS_CALCUL_COORD2c

Exercice 2:



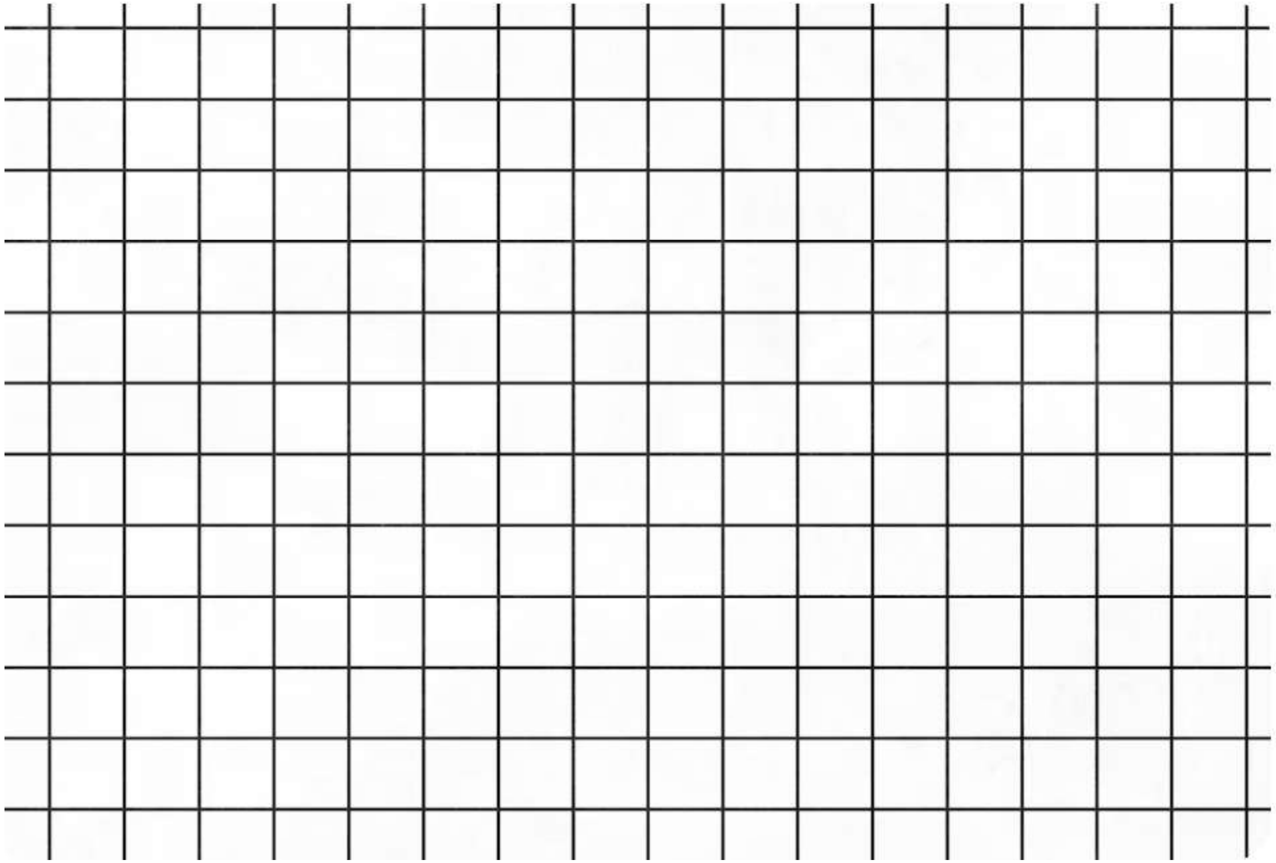
Après avoir écris sur votre cahier les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, donner les coordonnées du vecteurs $\vec{u} + \vec{v}$

$\vec{u} + \vec{v}$ $\left(\begin{array}{c} \boxed{} \ ? \\ \boxed{} \ ? \end{array} \right)$

puis placer le point Q tel que $\overrightarrow{RQ} = \vec{u} + \vec{v}$.
Placement du point Q: ?

VECTEURS_COORDONNEES_SOMME2

Exercice 3:



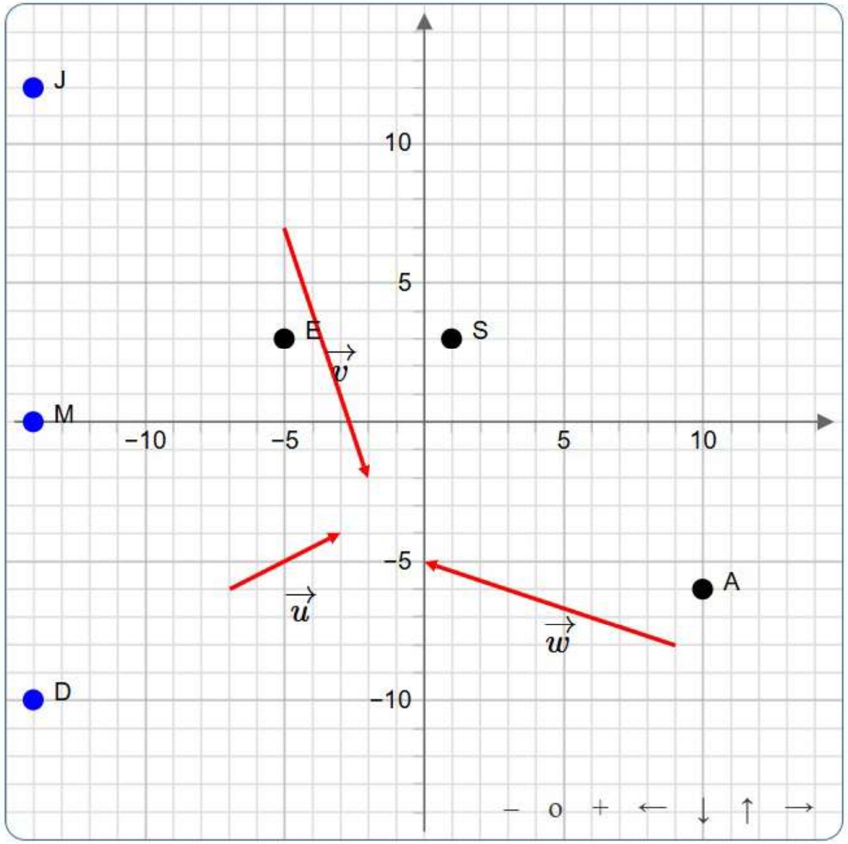
Si $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ alors $2\vec{u}+\vec{v}$ (

Placer sur la figure ci dessous le point K tel que $\overrightarrow{MK}=2\vec{u}+\vec{v}$

VECTEURS_CALCUL_COORD2
VECTEURS_CALCUL_COORD2a
VECTEURS_CALCUL_COORD2b
VECTEURS_CALCUL_COORD2c

A la maison:VECTEURS_COORDONNEES5

Exercice



Donner les coordonnées (NOMBRES ENTIERS) des vecteurs $2\overrightarrow{u}$, $\frac{4}{3}\overrightarrow{v}$, $\frac{5}{3}\overrightarrow{w}$

$2\overrightarrow{u}$ (? ?)

$\frac{4}{3}\overrightarrow{v}$ (? ?)

$\frac{5}{3}\overrightarrow{w}$ (? ?)

puis placer les points J , M et D tels que:
$\overrightarrow{EJ} = 2\overrightarrow{u}$ $\overrightarrow{SM} = \frac{4}{3}\overrightarrow{v}$ $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{3}\overrightarrow{w}$.

Placement des points: J ? ; M ? ; D ?